

# Ãèàà 18

## Î áî î í àì ðààéáí í ùå öýø-óóí èöèè

### 18.1 Î ñî î áù

Î áî î í àì ðààéáí í àý öóí èöèè  $H(M)$  ì ðèì áí ýàðñý è ñî ì áùáí èþ ì ðì èçáí èüí í è äèè ù  $M$  è áí çàðàùàåð çí à-áí èà òèèñèðì ááí í í è äèè ù  $h$ .

$$h = H(M), \text{ áàà } h \text{ èì áàð äèè í } o \text{ } m$$

Î í í àèà öóí èöèè ì çáí èýþðò áù-èñèýòù çí à-áí èà òèèñèðì ááí í í è äèè ù ì ì áðí áí ùì ááí í ùì ì ðì èçáí èüí í è äèè ù, ì ì ó í áí í í àì ðààéáí í ùò öýø-óóí èöèè àñòù áí í í èí èòàèüí ùà ñáí èñòàà, áàèàþùèà èò í áí í í àì ðààéáí í ùì è [1065]:

Çí àý  $M$ , èááèí áù-èñèèèòù  $h$ .

Çí àý  $H$ , ððóáí ì ì ðààáèèèòù  $M$ , äèý èí òì ðì áí  $H(M)=h$ .

Çí àý  $M$ , ððóáí ì ì ðààáèèèòù áðóáí à ñî ì áùáí èà,  $M'$ , äèý èí òì ðì áí  $H(M)=H(M')$ .

Ãñèè áù Ì ýèè ðè òí àè áàèàòù ððóáí ùà áàùè, ì ì ñí ì á áù ðàçðòèèòù áàçí ì áí ì ñòù èþáí áí ì ðì òì èí èà, èñ-ì ì èüçòþùááí ì áí ì í àì ðààéáí í òþ öýø-óóí èöèèþ. Ñì ùñè ì áí ì í àì ðààéáí í ùò öýø-óóí èöèè è ñî ñòì èò á ì ááí ì à-á-ì èè äèý  $M$  óí èèèèí ì áí èááí ðèèèèèòù ðà ("ì òì à-àèà ì àèüòà"). Ãñèè Æèèà ì ì áí èñàèà  $M$  ñ ì ì ì ì ùþ äèáí ðèòì à èèèðì áí è ì ì áí èñè ì á áàçà  $H(M)$ , à Áí á ì ì áèò ñí çàòù  $M'$ , áðóáí à ñî ì áùáí èà, ì èè-ì í á ì ò  $M$ , äèý èí òì ðì áí  $H(M)=H(M)$ , òì Áí á ñí ì áèò òàáðàèàòù, òì Æèèà ì ì áí èñàèà  $M'$ .

Ã ì áèí òì ðùò ì ðèèí áèí èýò ì áí ì í àì ðààéáí í ì ñèè ì ááí ñòàòì ò-ì ì, ì áí áðí àèì ì áùì ì èí áí èà áðóáí áí ððóáí ááí èý, ì àçùáááí ì áí **òñòì è-èáí ñòùþ è ñòì èèí ì ááí èýì**.

Ãí èáí ì áùòù ððóáí ì ì áèòè ááà ñèò-àèí ùò ñî ì áùáí èý,  $M$  è  $M'$ , äèý èí òì ðùò  $H(M)=H(M)$ .

Î ì ì ì èòà áñèðùèèà ì áðí áí ì áí ý ðì áèááí èý èç ðàçáàèà 7.4? Î ì ì ñí ì ááí ì ì á ì á ì ì èñèèà áðóáí áí ñî ì áùáí èý  $M'$ , äèý èí òì ðì áí  $H(M)=H(M)$ , à ì á ì ì èñèèà ááòò ñèò-àèí ùò ñî ì áùáí èè,  $M$  è  $M'$ , äèý èí òì ðùò  $H(M)=H(M)$ .

Ñèàáòþùèè ì ðì òì èí è, áí áðáùà ì ì èñàí í ùè Æèèáí ì ì ì  $P$  áàèì (Gideon Yuval) [1635], ì ì èàçùááò, èàè, áñèè ì ðàáùáòùáà ððóáí ááí èà ì á áùì ì èí ýàðñý, Æèèà ì ì áèò èñí ì èüçí áàòù áñèðùèèà ì áðí áí ì áí ý ðì áèááí èý äèý ì áí à-ì à Áí áá.

- (1) Æèèà áí òì áèò ááà áàðñèè èí ì ðàèèà: ì áí ó, áùáí áí óþ äèý Áí áá, è áðóáíþ, ì ðèáí äýùòþ ááí è ááí èðì òñòàò
- (2) Æèèà áí ì ñèò ì áñèí èüèí ì áçí à-èòàèüí ùò èç ì áí áí èè á èàæáùè áí èòì áí ò è áù-èñèýàò öýø-óóí èöèè. (Ýòèì è èç ì áí áí èýì è ì ì áòò áùòù áàèñòàèý, ì ì áí áí ùà ñèàáòþùèè : çáí áí à Ì ÐÌ ÁÁÈÁ èí ì áèí àèèèè Ì ÐÌ - ÁÁÈ-ÇÁÁÍ È-Ì ÐÌ ÁÁÈ, áñòàèè ì áí ì áí -ááòò ì ðì áèè á ì áðàá áí çàðàòì èàðàèè, è ò.á. Áàèáý èèè ì á áàèáý ì ì ì áí ì ò èç ì áí áí èþ á èàæáí è èç 32 ñòðì è, Æèèà ì ì áèò èááèí ì ì èò-èòù  $2^{32}$  ðàçèè-ì ùò áí èòì áí òì á.)
- (3) Æèèà ñðááí èááàò öýø-çí à-áí èý äèý èàæáí áí èç ì áí áí èý á èàæáí ì èç ááòò áí èòì áí òì á, ðàçùñèèèáý ì áðò, äèý èí òì ðì è ýòè çí à-áí èý ñí áí ááàþò. (Ãñèè áùòì áí ì öýø-óóí èöèè ýäèýàðñý áñááí èèèòù 64-ðàçðýáí ì á çí à-á-áí èà, Æèèà, èàè ì ðàèèè, ñí ì áèò ì áèòè ñí áí ááàþùòþ ì áðò ñðááí èà  $2^{32}$  áàðñèè èàæáí áí áí èòì áí òà.) Î ì ì áí áí ñòàí áàèèèèèè ááà áí èòì áí òà, áàþùèò ì áèí áèí áí à öýø-çí à-áí èà.
- (4) Æèèà ì ì èò-áàò ì ì áí èñàí í óþ Áí áí ì áùáí áí óþ äèý ì ááí áàðñèþ èí ì ðàèèà, èñí ì èüçóý ì ðì òì èí è, à èí òì ðì ì ì ì ì áí èñùááàò òì èüèí öýø-çí à-áí èà.
- (5) Ñì óñòù ì áèí òì ðì á áðáí ý Æèèà ì ì áí áí ýàò èí ì ðàèè, ì ì áí èñàí í ùè Áí áí ì, áðóáè, èí òì ðùè ì ì ì á ì ì áí èñù-áàè. Óáí áðù ì ì ì ì áèò òàáèèèòù áðàèèðà à òì ì, òì Áí á ì ì áí èñàè áðóáí è èí ì ðàèè.

Ýòì çáí áðí àý ì ðì áèáí à. (Î áí èì èç ñí áàòì á ýäèýàðñý áí áñáí èà èí ñí àèè-áñèèò èñí ðààéáí èè á ì ì áí èñùáááí ùè áí èòì áí ò.)

Î ðè áí çì ì áèí ñèè òñí áòì ì áí áñèðùèèè ì áðí áí ì áí ý ðì áèááí èý, ì ì áòò ì ðèì áí ýòùñý è áðóáèà ñí ì ñí áù áñèðù-èè. Î áí ðèì áð, ì ðì ðèáí èè ì ì áèò ì ì ññèèèèèè ñèèèè à áàòì ì áèè-áñèí áí èí òì ðì èý (ì ì áèò áùòù ñí òòì èèí áí è) ñèò-áèí ùà ñòðì èè ñí ì áùáí èè ñí ñèò-áèí ùè è ñòðì èàí è ì ì áí èñàè. Á èí òì á èí òì á ì ì áí èñù ì ì á ì áí èì èç ýòèò ñèò-áèí ùò ñí ì áùáí èè ì èàæáðñý ì ðààèèèí í è. Áðáá ì á ñí ì áèò óçí áòù, è -áí ó ì ðèááááò ýà èí ì áí áá, ì ì, áñèè ááí áàèí ñòááí ì ì è èàèþ ýäèýàðñý áí áòàðàèèèèèè á ðàáí òò ñí òòì èèà, ì ì ñáí ááí áí áùàðñý.

### Äèèí ù ì áí ì í àì ðààéáí í ùò öýø-óóí èöèè

64-áèòì áùà öýø-óóí èöèè ñèèèèè ì ì áèù, òì áù ì ðì ðèáí ñòì ýòù áñèðùèèþ ì áðí áí ì áí ý ðì áèááí èý. Áí èáá ì ðàèèè-ì ù ì áí ì í àì ðààéáí í ùà öýø-óóí èöèè, áùáàþùèà 128-áèòì áùà öýø-çí à-áí èý. Î ðè ýòì, òì áù ì áèòè ááà

āī ēōī āī ðā ñ ī āēī āēī āūī ē òý-çī à-āī ēýì è, äëý āñēðūðēý ī āōī āī ī āī ý ðī æāāī ēý ī ðēāāōñý òýøēðī āāōū 2<sup>64</sup> ñēó-āēī ūō āī ēōī āī òī ā, +ōī, āī ðī -āī, ī āāī ñōāōī -ī ī, āñēē ī óāēī ā äēēðāēūī āý āāçī ī āñī ī ñōū. NIST ā ñāī āī Ñōāī āāðōā āāçī ī āñī ī āī òýøēðī āāī ēý (Secure Hash Standard, SHS), ēñī ī ēüçōāō 160-āēōī āī ā òýø-çī à-āī ēā. Ýōī āūā ñēēūī āā òñēī æī ýāō āñēðūðēā ī āōī āī ī āī ý ðī æāāī ēý, äëý ēī ðī ðī āī ī ī ī āāī āēōñý 2<sup>80</sup> òýøēðī āāī ēē.

Äëý òāēēī āī ēý òýī -çī à-āī ēē, āūāāāāī ūō ēī ī ēðāōī ī ē òýø-òōī ēōēāē, āūē ī ðāāēī æāī ñēāāōþūēē ī āōī ā.

- (1) Äëý ñī ī āūāī ēý ñ ī ī ī ī ūūþ ī āī ī ē èç òī ī ī ýī òōūð ā ýōī ē ēī ēāā ī āī ī ī āī ðāāēāī ī ūō òýø-òōī ēōēē āāī āðēðō-āðñý òýø-çī à-āī ēā.
- (2) Òýø çī à-āī ēā āī āāāēýāðñý ē ñī ī āūāī ēþ.
- (3) Äāī āðēðōāðñý òýø-çī à-āī ēā ī āūāāēī āī ēý ñī ī āūāī ēý ē òýø-çī à-āī ēý ýōāī ā (1).
- (4) Ñī çāāāðñý āī ēüçōāā òýø-çī à-āī ēā, ñī ñōī ýūāā èç ī āūāāēī āī ēý òýø-çī à-āī ēý ýōāī ā (1) ē òýø-çī à-āī ēý ýōāī ā (3).
- (5) Ýōāī ū (1)-(4) ī ī āōī ðýþñý ī óāēī ī ā ēī ēē-āñōāī ðaç äëý ī āāñī ā-āī ēý ððāóāī ī ē äēēī ū òýø-çī à-āī ēý.

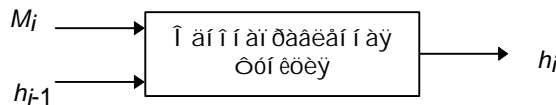
Òī òý ī ēēī āāā ī ā āūēā āī ēāçāī ā āāçī ī āñī ī ñōū ēēē ī āāāçī ī āñī ī ñōū ýōī āī ī āōī āā, òðýā ēþāāē ýōī ò ī āōī ā āūçū-āāāō ī ī ðāāāēāī ī ūā ñī ī ī āī ēý [1262,859].

### Ī āçīð ī āī ī āī ðāāēāī ī ūō òýø-òōī ēōēē

Ī ā ēāāēī ī ī ñōðī ēōū òōī ēōēþ, āōī ā ēī ðī ðī ē èī āāō ī ðī èçāī ēūī ūē ðaçī āð, ā ðāī āī ēāā ñāāēāūōū āā ī āī ī ī ā-ī ðāāēāī ī ī ē. Ā ðāāēūī ī ī ī ēðā ī āī ī āī ðāāēāī ī ūā òýø-òōī ēōēē ñōðī ýōñý ī ā ēāāā **òōī ēōēē ñæāðēý**. Òāēāý ī āī ī -ī āī ðāāēāī ī āý òōī ēōēý āūāāā òýø-çī à-āī ēā äēēī ū ñ ī ðē çāāāī ūō āōī āī ūō āāī ī ūō āī ēüçōāē äēēī ū  $m$  [1069, 414]. Āōī āāī ē òōī ēōēē ñæāðēý ýāēýþñý āēī ē ñī ī āūāī ēý ē āūōī ā ī ðāāūāōūāāī āēī ēā ðāēñōā (ñī . 17-ē). Āūōī ā ī ðāāñōāāēýāō ñī āī ē òýø-çī à-āī ēā āñāō āēī ēī ā āī ýōī āī ī ī ī āī òā. Òī āñōū, òýø-çī à-āī ēā āēī ēā  $M_i$  ðāāī ī

$$h_i = f(M_i, h_{i-1})$$

Ýōī òýø-çī à-āī ēā āī āñōā ñī ñēāāōþūēēī āēī ēī ī ñī ī āūāī ēý ñōāī ī āēōñý ñēāāōþūēēī āōī āī ī òōī ēōēē ñæāðēý. Òýø-çī à-āī ēāī āñāāī ñī ī āūāī ēý ýāēýāðñý òýø-çī à-āī ēā ī ī ñēāāī āāī āēī ēā.



### Ðēñ 18-1. Ī āī ī āī ðāāēāī ī āý òōī ēōēý

Òýøēðōāī ūē āōī ā āī ēæāī ēāēēī -ōī ñī ī ñī āī ī ñī āāðæāðōū āēī āðī ī ā ī ðāāñōāāēāī ēā äēēī ū āñāāī ñī ī āūāī ēý. Òāēēī ī āðaçī ī ī ðāī āī ēāāāðñý ī ī ðāī òēāēūī āý ī ðī āēāī ā, āūçāāī ī āý ðāī, +ōī ñī ī āūāī ēý ðaçēē-ī ī ē äēēī ū ī ī āōō āāāāōū ī āī ī ē ðī æā òýø-çī à-āī ēā [1069, 414]. Ēī ī āāā ðāēī ē ī āōī ā ī āçūāāāðñý **MD-òñēēāī ēāī** [930].

Ðaçēē-ī ūā ēññēāāī āāðāēē āūāāēāāēē ī ðāāī ī ēī æāī ēý, +ōī āñēē òōī ēōēý ñæāðēý āāçī ī āñī ā, òī ýōī ò ī āōī ā òýø-ēðī āāī ēý ēñōī āī ūō āāī ī ūō ī ðī èçāī ēūī ī ē äēēī ū ðāēæā āāçī ī āñāī - ī ī ī ē-āāī ī ā āūēī āī ēāçāī ī [1138, 1070, 414].

Ī ā ðāī ó ī ðī āēōēðī āāī ēý ī āī ī āī ðāāēāī ī ūō òýø-òōī ēōēē ī āī ēñāī ī ī ī āī. Āī ēāā ī ī āðī āī óþ ī āōāī āðē-ā-ñēóþ ēī òī ðī āðēþ ī ī æāī ī ī āēōðē [1028, 793, 791, 1138, 1069, 414, 91, 858, 1264]. Āī çī ī æāī ī ñāī ūī òī ēēī āī ē ēī ðāðī ðāōōēāē ī āī ī āī ðāāēāī ī ūō òýø-òōī ēōēē ýāēýþñý ðaçēñū Āāðōā Ī ðāī āēā (Bart Preneel) [1262].

## 18.2 Snefru

Snefru - ýōī ī āī ī āī ðāāēāī ī āý òýø-òōī ēōēý, ðaçðāāī ðāī ī āý Ðāēūōī ī āðēēī ī [1070]. (Snefru, ðāēæā ēāē Khufu ē Khafre, āūē āāēī āðñēēī òāðāī ī ī .) Snefru òýøēðōāō ñī ī āūāī ēý ī ðī èçāī ēūī ī ē äēēī ū, ī ðāāðāūāý ēō ā 128-āēōī āūā 256-āēōī āūā çī à-āī ēý.

Ñī ā-āēā ñī āūāī ēā ðaçāēāāāðñý ī ā ēōñī -ēē äēēī ēē ī ī 512- $m$ . (Ī āðāī āī āý  $m$  ýāēýāðñý äēēōī ēē òýø-çī à-āī ēý.) Āñēē āūōī ā - ýōī 128-āēōī āī ā çī à-āī ēā, òī äēēī ā ēōñī -ēī ā ðāāī ā 384 āēðāī, ā āñēē āūōī ā - 128-āēōī āī ā çī à-āī ēā, òī äēēī ā ēōñī -ēī ā - 256 āēðī ā.

Ñāðāōāī āēāī ðēðī ā ñēóāēð òōī ēōēý H, òýøēðōþūāý 512-āēðī āī ā çī à-āī ēā ā  $m$ -āēðī āī ā. Ī āðāūā  $m$  āēðī ā āūōī āā H ýāēýþñý òýø-çī à-āī ēāī āēī ēā, ī ñōāēūī ūā ī ðāðāñūāāþñý. Ñēāāōþūēē āēī ē āī āāāēýāðñý ē òýø-çī à-āī ēþ ī ðāāūāōūāāī āēī ēā ē ñī ī āā òýøēðōāðñý. (Ē ī āðāī ī ā-āēūī ī ī ó āēī ēó āī āāāēýāðñý ñōðī ēā ī óēāē.) Ī ī ñēā ī ī ñēāāī āāī āēī ēā (āñēē ñī ī āūāī ēā ñī ñōī ēō ī ā èç òāēī āī -ēñēā āēī ēī ā, ī ī ñēāāī ēē āēī ē āī ī ēī ýāðñý ī óēýī ē) ī āðāūā  $m$  āēðī ā āī āāāēýþñý ē āēī āðī ī ī ó ī ðāāñōāāēāī ēþ äēēī ū ñī ī āūāī ēý ē òýøēðōþñý ī ī ñēāāī ēē ðaç.

Òōī ēōēý H ñī ī āūāāāðñý ī ā E, ī āðāðēī ī ē òōī ēōēē āēī -ī ī āī øēððī āāī ēý, ðāāī ðāþūāē ñ 512 āēðī āūā ē

áēī ēàì è. H - ýòī īīñēāāī ēà m áèòī á àúòī àà E, í áúáāēī áí í úá īīñðāāñòāī XOR ñ ī áðāúì è m áèòàì è áòī àà E.

Áaçī īīāñī īñòū Snefru īī èðāāòñý í à óóí èòēþ E, ēīòī ðāý ðāí āī ī èçèðòáò āāí í úá çà í āñēī ēüēī ī ðīòī āī á. Êāæ-  
áúē ī ðīòī ā ñīñòī èò èç 64 ðāí āī ī èçèðòþùèð ýòāí íá. Á èāæāī ī ýòāí á á èā-āñòāā áòī àà S-áēī ēā ēñī ī ēüçòáòñý  
áðóāí é ááèò áāí í úò. Áúòī āí í á ñēī āī ī īāāáðāāòñý īī áðāòèè XOR ñ āāóī ý ñī ñāāí èī è ñēī āāì è ñī í áúāí ēý. Í ī-  
ñòðī áí èá S-áēī ēī á áí áēī æ-í ī īīñòðī áí èþ S-áēī ēī á á Khafre (ñī . ðaçāāē 13.7). Êðī ī á óī āī, áúī ī ēī ýáòñý ðýá  
òèèèè-āñēèò ñāēēāí á. Í ðēāēī áēüī úē Snefru ñī ñòī ýē èç áāóò ī ðīòī āī á.

### Êðēī ðī áí àèèç Snefru

Èñī ī ēüçóý áèòòáðáí òēāēüī úē èðēī òī áí àèèç, Áèòàì è Øàì èð ī ī ēāçàèè í áāaçī īīāñī īñòū āāóóī ðīòī āí í āī Snefru (ñ 128-áèòī áúì òýø-çí à-áí èàì ) [172]. Èò ñī īñī á āñēðúòèý çà í āñēī ēüēī ī èī óò í áí áðóæèááò ī áðó ñī í á-  
úāí èè ñ ī áēī áēī áúì òýø-çí à-áí èàì .

Áēý 128-áèòī āí í Snefru èð āñēðúòèý ðāáí ðàþò èó-øá, -áí āñēðúòèá áðóáí é ñēēī é áēý -áòúðáò è í áí áá ī ðī-  
òī āí á. Áñēðúòèá Snefru ī áòī āí ī áí ý ðī æāáí ēý ððāáóáð 2<sup>64</sup> īī áðāòèè; áèòòáðáí òēāēüī úē èðēī òī áí àèèç ī í æáò  
í áèòè ī áðó ñī í áúāí èè ñ ī áēī áēī áúì òýø-çí à-áí èàì çà 2<sup>28.5</sup> īī áðāòèè áēý ððáòī ðīòī āí í Snefru è çà 2<sup>44.5</sup> īī á-  
ðáòèè áēý -áòúðáòī ðīòī āí í Snefru. Í áòī æāáí èá ñī í áúāí ēý, òýø-çí à-áí èá ēī ðī ðī āī ñī āī áāáò ñ çāāáí í úì ,  
í ðē èñī ī ēüçóááí èè áðóáí é ñēèú ððāáóáð 2<sup>128</sup> īī áðāòèè, í ðē áèòòáðáí òēāēüī īī èðēī òī áí àèèçá áēý ýòī āí í óáí í  
2<sup>56</sup> īī áðāòèè áēý ððáòī ðīòī āí í Snefru è 2<sup>88</sup> īī áðāòèè áēý -áòúðáòī ðīòī āí í Snefru.

Óīòý Áèòàì è Øàì èð í á áí àèèçèðī áāèè 256-áèòī áúā òýø-çí à-áí ēý, í í è í ðī áāèè áí àèèç áí ēī òú āī 224-  
áèòī áúò òýø-çí à-áí èè. Á ñðāáí áí èè ñ āñēðúòèáì ī áòī āí ī áí ý ðī æāáí ēý, ððāáóþùèì 2<sup>112</sup> īī áðāòèè í í è í í áóò  
í áèòè ñī í áúāí ēý ñ ī áēī áēī áúì òýø-çí à-áí èàì çà 2<sup>12.5</sup> īī áðāòèè áēý áāóóī ðīòī āí í Snefru, çà 2<sup>33</sup> īī áðāòèè  
áēý ððáòī ðīòī āí í Snefru è çà áēý 2<sup>81</sup> īī áðāòèè áēý -áòúðáòī ðīòī āí í Snefru.

Á í áñòī ýúāá áðāí ý Í áðèè ðāēī ī áí áóáò èñī ī ēüçóááò Snefru ī ī èðāēí áé ī áðā ñ āññāì üþ ī ðīòī áàì è [1073].  
Í áí áēī ñ ðāèè ēī èè-āñòāī ī ī ðīòī áí á áēāí ðèòī ñðāí í áèòñý í àì í í āī ī áāēáí í áá, -áí MD5 èèè SHA.

### 18.3 N-òýø

N-òýø - ýòī áēāí ðèòī , í ðēáóī áí í úē á 1990 āī áó èññēāāī áàòáēýì è Nippon Telephone and Telegraph, ðāì è æá  
èþāüì è, ēīòī ðúá èçí áðáèè FEAL [1105, 1106]. N-òýø èñī ī ēüçóáò 128-áèòī áúā áēī èè ñī í áúāí ēý, ñēī áēí óþ ðāí-  
āī ī èçèðòþùèð óóí èòēþ, ī īòī æóþ í à FEAL, è áúāááò 128-áèòī āí á òýø-çí à-áí èá.

Óýø-çí à-áí èá èāæāí āī 128-áèòī āí āī áēī èá ýáēýáòñý óóí èòēáé áēī èá è òýø-çí à-áí ēý ī ðāáúáóúāāī áēī èá.

$$H_0 = I, \text{ áāá } I - \text{ ñèó-áéí í á í à-áèüí í á çí à-áí èá}$$

$$H_i = g(M_i, H_{i-1}) \oplus M_i \oplus H_{i-1}$$

Óýø-çí à-áí èá āñāāī ñī í áúāí ēý ī ðāāñòāáēýáò ñī áí é òýø-çí à-áí èá ī īñēāāí āāī áēī èá ñī í áúāí ēý. Ñèó-áéí í á  
í à-áèüí í á çí à-áí èá I ī í æáò áúòú èþáúì -èñēī ī , ī ī ðāāáéáí í úì ī ī ēüçí áàòáéàì (áāæá í áí èì è í óéýì è).

Óóí èòèý g āī ñòáòī -í ī ñēī áēí á. Ñòāì à áēāí ðèòī à í ðēááááí á í á 16-é. Ñí á-áèá ī áðāñòāáēýþòñý éáááý è í ðāááý  
64-áèòī áúā ī ī ēī áēí ú 128-áèòī āí āī òýø-çí à-áí ēý ī ðāáúáóúāāī áēī èá H<sub>i-1</sub>, à çàòāì áúī ī ēī ýáòñý XOR ñ ī ī áòī-  
ðýþùèì ñý øááēí í í (128-áèòī áúì ) è XOR ñ óáèòúèì áēī èī ñī í áúāí ēý M<sub>i</sub>. Ááèáá ýòī çí à-áí èá èāñēāáí í í ðá-  
í áðaçáòñý á N (í á ðēñóí éáò N= 8) ñòááèè í áðááí èè. Áðóáèì áòī āí ñòááèè í áðááí èè ýáēýáòñý ī ðāáúáóúāá  
òýø-çí à-áí èá, ī ī áāáðáí óóí á XOR ñ í áí í é èç áí ñüì è áāí è-í úò ēī í ñòáí ò.

EXG:  $i \oplus \text{d} \oplus \text{a} \oplus \text{n} \oplus \text{o} \oplus \text{i} \oplus \text{a} \oplus \text{e} \oplus \text{a} \oplus \text{a} \oplus \text{i} \oplus \text{e} \oplus \text{e} \oplus \text{i} \oplus \text{d} \oplus \text{a} \oplus \text{i} \oplus \text{e} \oplus \text{e} \oplus \text{a} \oplus \text{n} \oplus \text{o} \oplus \text{a} \oplus \text{e}$

$n$ : 1010 ... 1010 (ääî è÷í î â, 128 áèòí â)

PS: ñòääèÿ î áððáí òèè (processing stage)

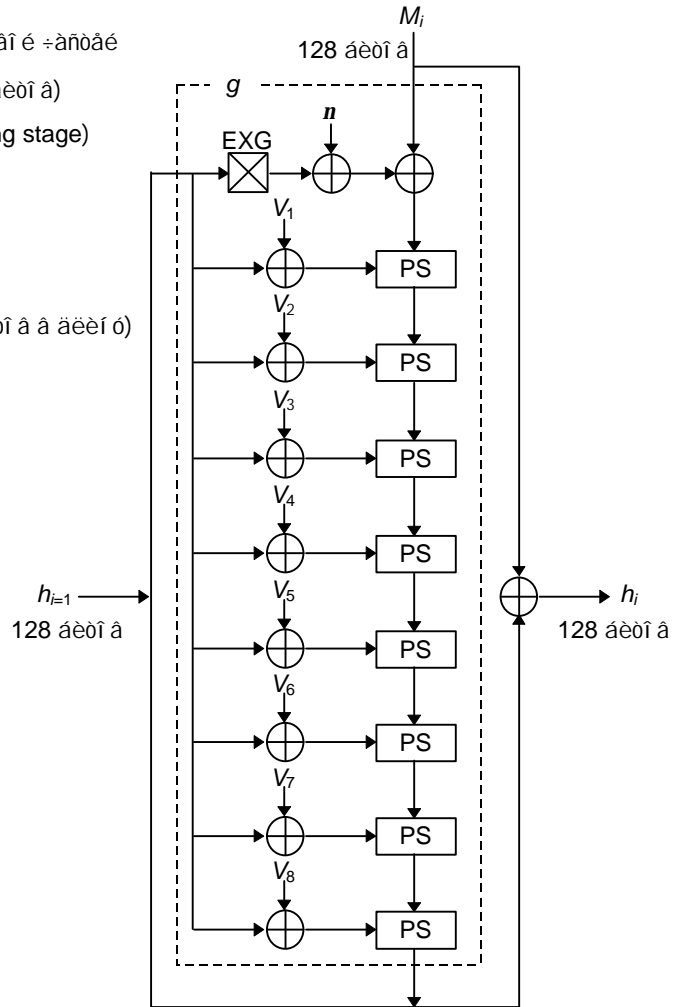
$V_j = \text{d} \parallel A_{j1} \text{d} \parallel A_{j2} \text{d} \parallel A_{j3} \text{d} \parallel A_{j4}$

$\parallel$ : êî í êàðáí àòèÿ

$\text{d}$ : 000 ... 0 (ääî è÷í î â, 24 áèò)

$A_{jk} = 4^{*}(j-1) + k$  ( $k=1,2,3,4$ ,  $A_{jk} - 8$  áèòí â â àèèí ó)

$H_i = g(M_i, H_{i-1}) \oplus M_i \oplus H_{i-1}$

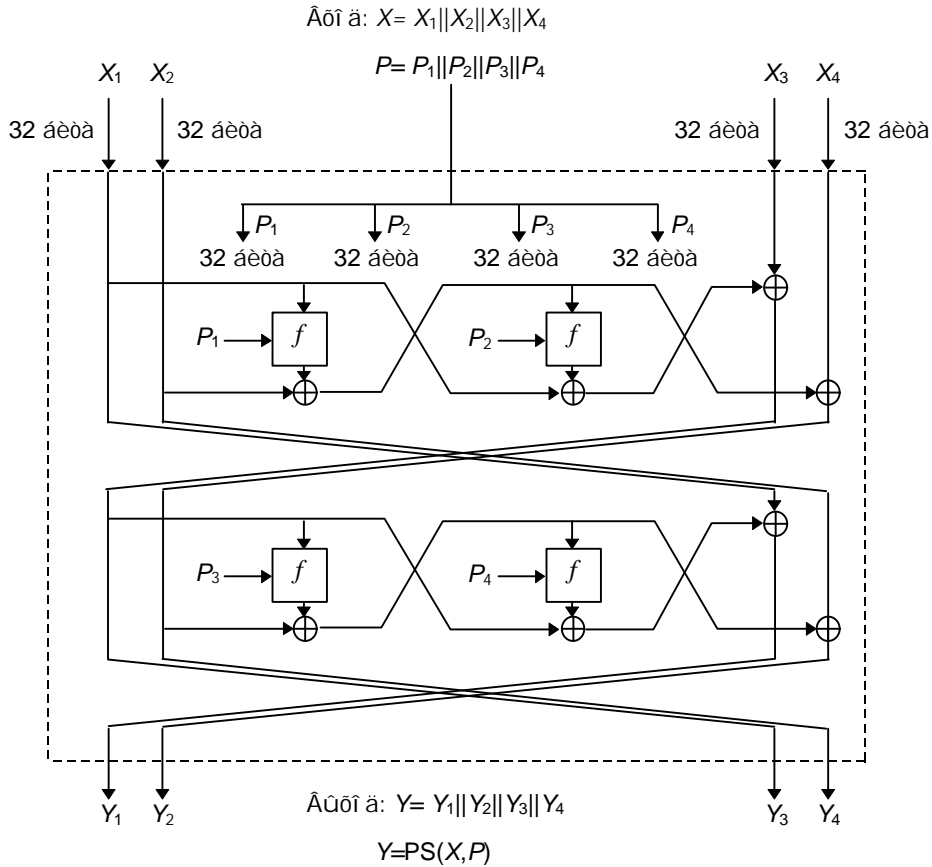


**Ðèñ 18-2. Ñõàì à N-õÿø.**

Î äí à ñòääèÿ î áððáí òèè í î èàçáí à í à 15-é. Áéî è ñîí áóíáí èÿ ðàçáèääàðñÿ í à ÷àðóððà 32-áèòí áóò çí à÷áí èÿ. Î äá-äóòóóáá õÿø-çí à÷áí èà òàèæà ðàçáèääàðñÿ í à ÷àðóððà 32-áèòí áóò çí à÷áí èÿ. Óóí èòèÿ f í ðàññòàáèáí à í à 14th. Óóí èòèè  $S_0$  è  $S_1$  òà æà ñàì ùá, ÷òí è à FEAL.

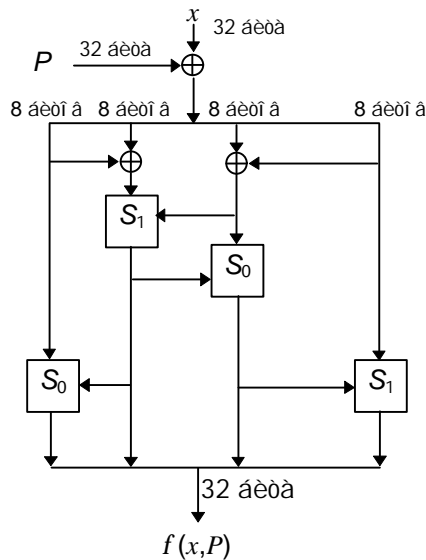
$$S_0(a, b) = \text{öèèèè-áñèèè} \text{ ñäèèä} \text{ áèááî} \text{ í à ääà} \text{ áèòà} ((a + b) \text{ mod } 256)$$

$$S_1(a, b) = \text{öèèèè-áñèèè} \text{ ñäèèä} \text{ áèááî} \text{ í à ääà} \text{ áèòà} ((a + b + 1) \text{ mod } 256)$$



**Ðñ 18-3. Î áí à ñààèÿ íáðááíðèè N-òÿø.**

$\hat{A}\hat{U}\hat{o}\hat{i}\hat{a}$  íáííé ñààèè íáðááíðèè ñàáííàèòÿ áðíáíí ñèááóòóáé ñààèè íáðááíðèè. Í íñèá ííñèááí áé ñààèè íáðááíðèè áúí íéíÿàòÿ XOR áúóí áá ñ  $M_i$  è  $H_{i-1}$ , à çàðàí è òÿøèðíááí èò áí òí á ñèááóòóáé áéí è.



$Y = S_0(X_1, X_2) = \text{Rot2}((X_1 + X_2) \bmod 256)$   
 $Y = S_1(X_1, X_2) = \text{Rot2}((X_1 + X_2 + 1) \bmod 256)$   
 $Y$ : áúóí áí Ûá 8 áèòí á,  $X_1, X_2$  (8 áèòí á): áðí áú  
 $\text{Rot2}(Y)$ : òèèèè-áñèèè ñààèá áèááí í à 2 áèòà  
 8-áèòí áúó ááí í Ûó  $Y$

**Ðñ 18-4. Óóí èøèÿ f**

## **Ēðeī ðīāī àèèç N-ðýø**

Áaðò áái Áíað (Bert den Boer) īðēðūē nī ī nī á nī çääāàòū nòī ēēī ī áái ēý á ðóī ēēèē ýòāī à N-ðýø [1262]. Áēðāī è Øāī èð ī ðēī āī ēēē àēðòāðāī òēāēūī ūē ēðēī ðīāī àèèç äëý āñēðūðēý 6-ýòāī īīē N-ðýø [169, 172]. Ēīīēðāóīā āūī īēīāī īā ēī è āñēðūðēā (ēīīā-īī æā, ī īāēē áúòū è äðóāēā) ðāāī òāāò äëý ēþāīāī N, ääëý ūāāī ný īā 3, è ýò-òāēðēāī āā āñēðūðēý ī àðīāī ī āī ý ðīæāāī ēý äëý ēþāīāī N, ī āī ūøāāī 15.

Ōī æā nāī īā āñēðūðēā ī īæāð īāī äðóæēāāòū ī äðū nī īā ūāī ēē n īāēī āēīāūī ðýø-çī à-āī èāī äëý 12-ýòāī īīē N-ðýø çā 2<sup>56</sup> īīāðāòēē (äëý āñēðūðēý äðóāī ē nēēī ē íóæīī 2<sup>64</sup> īīāðāòēē). N-ðýø n 15 ýòāī āī è áaçī īāñī ā īī īð-īīøāī ēþ è àēðòāðāī òēāēūī īī ó ēðēī ðīāī àèèç: äëý āñēðūðēý ī īðāáóāòñý 2<sup>72</sup> īīāðāòēē.

Ðaçðāāī ò-èēē àēāī ðēòī à ðāēī ī āī äóþ òēñī ī ēūçī āāòū N-ðýø īā ī āī ūøā, +āī n 8 ýòāī āī è [1106]. Ñ ó-āòī āī-ēāçāī īīē ī áāaçī īāñī īñòē N-ðýø è FEAL (è āā nēī ðīñòē ī ðē 8 ýòāī āð) ý ðāēī ī āī äóþ ī īēī īñòūþ ī ðēāçāòūñý ī ð ýòī āī àēāī ðēòī ā.

## **18.4 MD4**

MD4 - ýòī īāī īīāī ðāāēāī īāý ðýø-ðóī ēøēý, èçī āðāóāī īāý Ðīīīī Ðēāāñòīī [1318, 1319, 1321]. MD īāī çī à-à-àò Message Digest (ēðāòēī ā èçēīæāī èā nī īā ūāī ēý), àēāī ðēòī äëý āòī āī īāī nī īā ūāī ēý ā ūāāāò 128-àēòī āī ā ðýø-çī à-āī èā, èēē ēðāòēī ā èçēīæāī èā nī īā ūāī ēý.

Á [1319] Ðēāāñò īī ēñāē óāēē, ī ðāñēāáóāī ūā ēī ī ðē ðaçðāāī òēā àēāī ðēòī ā:

Áaçī īāñī īñòū. Á ū-ēñēòāēūī ī īāāī çī īæīī ī āēòē āāā nī īā ūāī ēý n īāēī āēīāūī ðýø-çī à-āī èāī. Áñēðūðēā äðóāī ē nēēī ē ýäëýāòñý nāī ūī ýòóāēðēāī ūī.

Ī ðýī āý áaçī īāñī īñòū. Áaçī īāñī īñòū MD4 īā īñī īā ūāāāòñý īā èāēèð-èēāī āī īó ūāī ēýð, īāī ðēī āð, ī ðāāī ī-ēīæāī èē ī ððóāī īñòē ðaçēīæāī ēý īā ī īīæèðāēē.

Ñēī ðīñòū. MD4 īīāðōī àēð äëý ā ūñī ēīñēī ðīñòī ūò ī ðīāðāī ī ī ūò ðāāēèçāòēē. Ī īā īñī īāāī ā īā ī ðīñòīī īāāī-ðā àēòī ā ūò ī āī ēī óëýðēē n 32-àēòī ā ūī è īīāðāī āāī è.

Ī ðīñòī òā è ēīī īāēòī īñòū. MD4 ī ðīñòā, ī āñēī ēūēī ýòī āī çī īæī ā, è īā nī āāðæèð āī ēūøèð ñòðòēðòð āāī ī ūò èēē nēīæāī ūò ī ðīāðāī ī ī ūò ī īāóēāē.

Ōāā-īā àððēòāēòóðā. MD4 īī ðēī èçēðī āāī ā äëý ī èēðī ī ðīòāñī ðīīē àððēòāēðòðū (īñī āāī īī äëý ī èēðī ī ðī-òāñī ðī ā Intel), äëý āī èāā èðóī ī ūò è á ūñòðūò ēī ī īþòāðīā ī īæīī ā ūī īēī èòū ēþā ūā īā āòī àēī ūā èçī āī āī ēý.

Ī īñēā īāðāīāī īīýāēāī ēý àēāī ðēòī ā Áaðò áái Áíað è Áíòīī Áīññāēāāðñ (Antoon Bosselaers) āīñòēāēē òñī āðā ī ðē ēðēī ðīāī àèèçā īīñēāāī èð āāóð èç ððāð ýòāī īā àēāī ðēòī ā [202]. Ðāēūòó Ī àðēéð nī āāðøāī īī īāçāēñēī ī óāāēīñū āñēðūðē īāðā ūā āāā ýòāī ā [202]. Ýēē Áēòāī ðāññī ī ððāē ēñī ī ēūçī āāī èā àēðòāðāī òēāēūī īāī ēðēī ðīāī ā-èèçā ī ðīðēā īāðā ūā āāóð ýòāī īā MD4 [159]. Ōīòý āñā ýòē āñēðūðēý īā á ūēē ðāññī ðīñòðāī āī ū īā īīēī ūē àēāī-ðēòī, Ðēāāñò òñēēēē nāī þ ðaçðāāī ðēó. Á ðaçóēūðāòā īīýāēēāñū MD5.

## **18.5 MD5**

MD5 - ýòī óéó-øāī īāý āāðñēý MD4 [1386, 1322]. Ōīòý īīā nēīæāī āā MD4, èð ñòāī ū īīòīæè, è ðaçóēūðāòī ī MD5 ðāēæā ýäëýāòñý 128-àēòī āī ā ðýø-çī à-āī èā.

### **Ī īēñāī èā MD5**

Ī īñēā īāēīòī ðīē īāðāī ā-àēūī īē īāðāāī ðēē MD5 īāðāāò ūāāò āòī āī īē ðāēñò 512-àēòī ā ūī è àēī èāī è, ðaç-àēòūī è īā 16 32-àēòī ā ūò īīāāēīēīā. Á ūòī āīī àēāī ðēòī ā ýäëýāòñý īāāī ð èç +àò ūðāð 32-àēòī ā ūò àēīēīā, ēī ðī-ð ūā īā ūāāēī ýþòñý ā āāēī īā 128-àēòī āī ā ðýø-çī à-āī èā.

Áī īāðā ūò, nī īā ūāī èā āī īīēīýāòñý ðāē, +òī ā ūā āāī àēēī ā á ūēā īā 64 àēðā ēī ðī +ā +ēñēā, èðāðī āī 512. Ýòēī āī īīēīāī èāī ýäëýāòñý 1, çā ēī ðī ðīē āī ēī ðū āī ēī īòā nī īā ūāī ēý ñēāáóāð ñòī ēūēī íóēāē, ñēī ēūēī íóæīī. Çāðāī, è ðaçóēūðāòð āī āāāēýāòñý 64-àēòī āī ā ī ðāāñòāāēāī èā àēēī ū nī īā ūāī ēý (ēñðēī īīē, āī āī īīēīāī ēý). Ýòē āāā āāēñò-äëý ñēóæāð äëý òī āī, +òī ā ūā àēēī ā nī īā ūāī ēý á ūēā èðāóī ā 512 àēðāī (+òī ððāáóāòñý äëý īñòāāøāēñý +āñðē àēāī-ðēòī ā), è +òī ā ūā āāðāī ðēðī āāòū, +òī ðaçī ūā nī īā ūāī ēý īā áóāóð ā ūāēýāāòū īāēī āēīāī īīñēā āī īīēīāī ēý. Ēī è-òēāēèçēðòþòñý +àò ūðā īāðāī āī ī ūò:

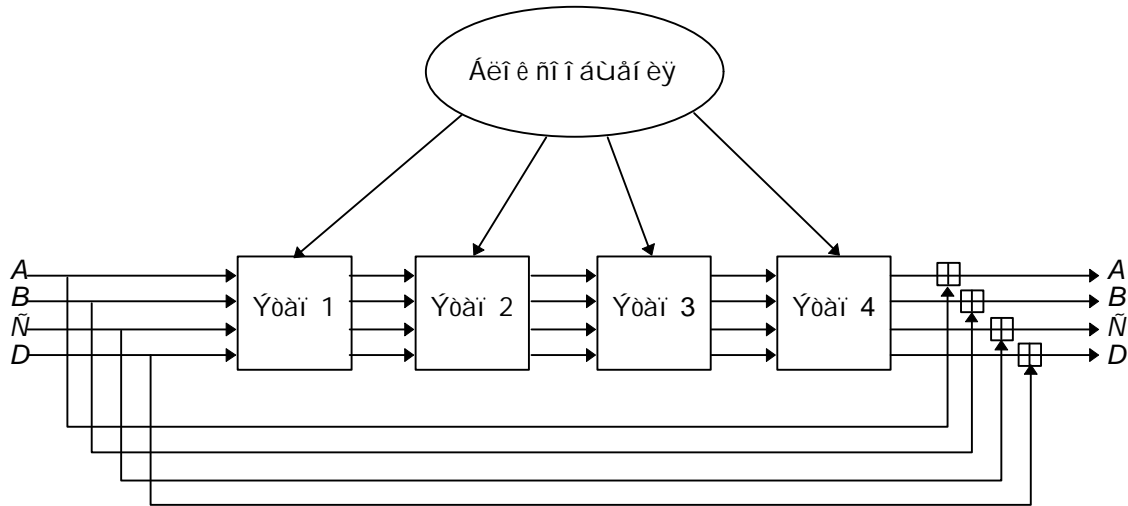
- A = 0x01234567
- B = 0x89abcdef
- C = 0xfedcba98
- D = 0x76543210

Ī īē īāç ūāāþòñý īāðāī āī ī ūī è ñòāī èāī ēý.

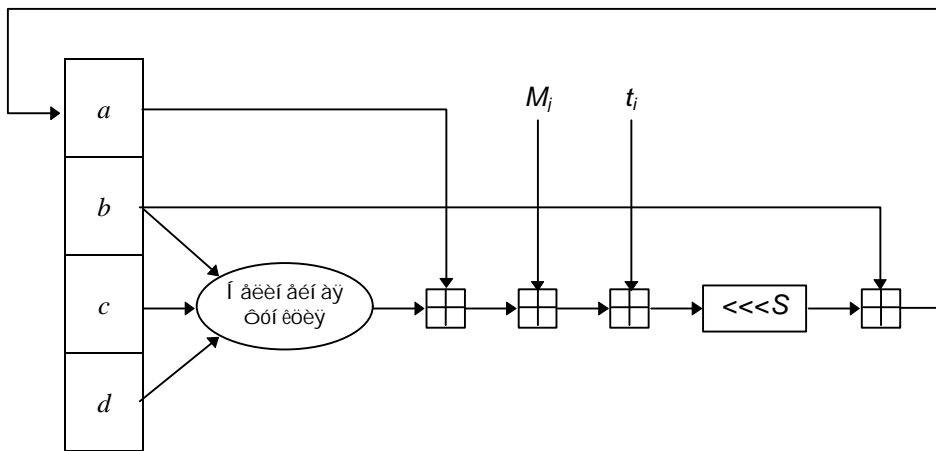
Όαι άδύ ί άδαέάι έ ίνί ίάί ί ί ό οέέέό αέάί άέοί ά. Υοί ό οέέέ ί άί άί έααάοή, ί ί έά ί ά έñ-άδί άρòή 512-άέοί άύά άέί έέ ή ί άύάί έý.

×άόύδα ί άδαι άί ί ύó έί ί έδóρòή ά άδóάέά ί άδαι άί ί ύά:  $A \hat{=} a, B \hat{=} b, C \hat{=} c \text{ } \hat{=} D \hat{=} d$ .

Άέάάί ύέ οέέέ ή ή ή έέό έç -άόύδαó ί -άί ύ ί ί όί έέό ύάά ί ά (ó MD4 άύέί όί έύέί όδδ έ ύάά ί ά). Í ά έααάί ί ύάά ί ά 16 άα έή ί έύçóρòή άαέέ-ί ύά ί ί άδóέέ. Έααάý ί ί άδóέý ί άάήόάάέýάό ή ή άί έ ί άέέί άέί όρ όόί έέέρ ί άά όδ-ί ý έç  $a, b, c \text{ } \hat{=} d$ . Çάόάι ί ί ά άί άάέýάό ύοί ό άαέέύόάό έ -άόάάόί έ ί άδαι άί ί έ, ί ί άάέί έό άάήόά έ έί ή ή άά ί ά. Ά-έάά άαέέύόάό οέέέέ-άήέ ή ή άάέάάόή άί άάά ί ά ί άδαι άί ί ά -έήέί άέόί ά έ άί άάέýάό άαέέύόάό έ ί άί έ έç ί άδ-ί άί ί ύó  $a, b, c \text{ } \hat{=} d$ . Í άέί άάό άαέέύόάό çάί άί ýάό ί άί ό έç ί άδαι άί ί ύó  $a, b, c \text{ } \hat{=} d$ . Νί . 13-έ έ 12-έ. Νόύάήόάόρò -άόύδα ί άέέί άέί ύó όόί έέέέ, έή ί έύçόάί ύά ί ί ί άί έ έ έααάί έ ί ί άδóέέ (άέý έααάί άί ύάά ί ά - άδóάý όόί έέέý).



Δέñ 18-5. Άέάάί ύέ οέέέ MD5.



Δέñ 18-6. Í άί ά ί ί άδóέý MD5.

$$F(X,Y,Z) = (X \wedge Y) \vee ((\neg X) \wedge Z)$$

$$G(X,Y,Z) = (X \wedge Z) \vee (Y \wedge (\neg Z))$$

$$H(X,Y,Z) = X \oplus Y \oplus Z$$

$$I(X,Y,Z) = Y \oplus (X \vee (\neg Z))$$

( $\oplus$  - ύοί XOR,  $\wedge$  - AND,  $\vee$  - OR,  $\neg$  - NOT.)

Υόέ όόί έέέέ ή ή άέέέέί άάί ύ άάέ, -όί άύ, άήέ ή ή όάάόήόάόρύέά άέόύ  $X, Y \text{ } \hat{=} Z$  ί άαάέήέί ύ έ ί άή ή άύά ί ύ, έααάύέ άέό άαέέύόάόά άάέά άύέ άύ ί άαάέήέί ύί έ ί άή ή άύά ί ύί . Όόί έέέý F - ύοί ί ί άέόί άί ά όήέί άέά: άήέé X, όί Y, έί ά-ά Z. Όόί έέέý H - ί ί άέόί άάý ί ί άδóέý -άόί ή ή έ.

Άήέé  $M_j$  ί άί çί ά-άάó j-ύέ ί ί άάέί έ ή ή άύάί έý (ί ό 0 άί 15), ά <<<S ί άί çί ά-άάó οέέέέ-άήέέ ή ή άέά έάάί ί ά s

áèòîâ, òî èñî îëüçóþñÿ ñëääóþùèà -àòùðà î ì áðàöèè:

$$FF(a, b, c, d, M_j, s, t_i) \hat{=} \hat{=} \hat{=} a = b + ((a + F(b, c, d) + M_j + t_i) \lll s)$$

$$GG(a, b, c, d, M_j, s, t_i) \hat{=} \hat{=} \hat{=} a = b + ((a + G(b, c, d) + M_j + t_i) \lll s)$$

$$HH(a, b, c, d, M_j, s, t_i) \hat{=} \hat{=} \hat{=} a = b + ((a + H(b, c, d) + M_j + t_i) \lll s)$$

$$II(a, b, c, d, M_j, s, t_i) \hat{=} \hat{=} \hat{=} a = b + ((a + I(b, c, d) + M_j + t_i) \lll s)$$

×àòùðà ýòàî à (64 äáéñòàèÿ âùäëÿäÿò ñëääóþùèè îáðàçîì):

Ýòàî 1:

$$FF(a, b, c, d, M_0, 7, 0xd76aa478)$$

$$FF(d, a, b, c, M_1, 12, 0xe8c7b756)$$

$$FF(c, d, a, b, M_2, 17, 0x242070db)$$

$$FF(b, c, d, a, M_3, 22, 0xc1bdceee)$$

$$FF(a, b, c, d, M_4, 7, 0xf57c0faf)$$

$$FF(d, a, b, c, M_5, 12, 0x4787c62a)$$

$$FF(c, d, a, b, M_6, 17, 0xa8304613)$$

$$FF(b, c, d, a, M_7, 22, 0xfd469501)$$

$$FF(a, b, c, d, M_8, 7, 0x698098d8)$$

$$FF(d, a, b, c, M_9, 12, 0x8b44f7af)$$

$$FF(c, d, a, b, M_{10}, 17, 0xffff5bb1)$$

$$FF(b, c, d, a, M_{11}, 22, 0x895cd7be)$$

$$FF(a, b, c, d, M_{12}, 7, 0x6b901122)$$

$$FF(d, a, b, c, M_{13}, 12, 0xfd987193)$$

$$FF(c, d, a, b, M_{14}, 17, 0xa679438e)$$

$$FF(b, c, d, a, M_{15}, 22, 0x49b40821)$$

Ýòàî 2:

$$GG(a, b, c, d, M_1, 5, 0xf61e2562)$$

$$GG(d, a, b, c, M_6, 9, 0xc040b340)$$

$$GG(c, d, a, b, M_{11}, 14, 0x265e5a51)$$

$$GG(b, c, d, a, M_0, 20, 0xe9b6c7aa)$$

$$GG(a, b, c, d, M_5, 5, 0xd62f105d)$$

$$GG(d, a, b, c, M_{10}, 9, 0x02441453)$$

$$GG(c, d, a, b, M_{15}, 14, 0xd8ale681)$$

$$GG(b, c, d, a, M_4, 20, 0xe7d3fbc8)$$

$$GG(a, b, c, d, M_9, 5, 0x2,lelcde6)$$

$$GG(d, a, b, c, M_{14}, 9, 0xc33707d6)$$

$$GG(c, d, a, b, M_3, 14, 0xf4d50d87)$$

$$GG(b, c, d, a, M_8, 20, 0x455al4ed)$$

$$GG(a, b, c, d, M_{13}, 5, 0xa9e3e905)$$

$$GG(d, a, b, c, M_2, 9, 0xfcefa3f8)$$

$$GG(c, d, a, b, M_7, 14, 0x676f02d9)$$

$$GG(b, c, d, a, M_{12}, 20, 0x8d2a4c8a)$$

Ýòàî 3:



HH(a, b, c, d, M<sub>5</sub>, 4, 0xfffa3942)  
 HH(d, a, b, c, M<sub>8</sub>, 11, 0x8771f681)  
 HH(c, d, a, b, M<sub>11</sub>, 16, 0x6d9d6122)  
 HH(b, c, d, a, M<sub>14</sub>, 23, 0xfde5380c)  
 HH(a, b, c, d, M<sub>1</sub>, 4, 0xa4beea44)  
 HH(d, a, b, c, M<sub>4</sub>, 11, 0x4bdecfa9)  
 HH(c, d, a, b, M<sub>7</sub>, 16, 0xf6bb4b60)  
 HH(b, c, d, a, M<sub>10</sub>, 23, 0xebefbc70)  
 HH(a, b, c, d, M<sub>13</sub>, 4, 0x289b7ec6)  
 HH(d, a, b, c, M<sub>0</sub>, 11, 0xeea127fa)  
 HH(c, d, a, b, M<sub>3</sub>, 16, 0xd4ef3085)  
 HH(b, c, d, a, M<sub>6</sub>, 23, 0x04881d05)  
 HH(a, b, c, d, M<sub>9</sub>, 4, 0xd9d4d039)  
 HH(d, a, b, c, M<sub>12</sub>, 11, 0xe6db99e5)  
 HH(c, d, a, b, M<sub>15</sub>, 16, 0x1fa27cf8)  
 HH(b, c, d, a, M<sub>2</sub>, 23, 0xc4ac5665)

Ýòäì 4:

II(a, b, c, d, M<sub>0</sub>, 6, 0xf4292244)  
 II(d, a, b, c, M<sub>7</sub>, 10, 0x432aff97)  
 II(c, d, a, b, M<sub>14</sub>, 15, 0xab9423a7)  
 II(b, c, d, a, M<sub>5</sub>, 21, 0xfc93a039)  
 II(a, b, c, d, M<sub>12</sub>, 6, 0x655b59c3)  
 II(d, a, b, c, M<sub>3</sub>, 10, 0x8f0ccc92)  
 II(c, d, a, b, M<sub>10</sub>, 15, 0xffeff47d)  
 II(b, c, d, a, M<sub>1</sub>, 21, 0x85845ddl)  
 II(a, b, c, d, M<sub>8</sub>, 6, 0x6fa87e4f)  
 II(d, a, b, c, M<sub>15</sub>, 10, 0xfe2ce6e0)  
 II(c, d, a, b, M<sub>6</sub>, 15, 0xa3014314)  
 II(b, c, d, a, M<sub>13</sub>, 21, 0x4e081lal)  
 II(a, b, c, d, M<sub>4</sub>, 6, 0xf7537e82)  
 II(d, a, b, c, M<sub>11</sub>, 10, 0xbd3af235)  
 II(c, d, a, b, M<sub>2</sub>, 15, 0x2ad7d2bb)  
 II(b, c, d, a, M<sub>9</sub>, 21, 0xeb86d391)

Ýòè èì í ñòàí òù,  $t_i$ , áùáèðàèèñü ñèááòþùèì í áðàçì :

Í à  $i$ -í ÿòäì à  $t_i$  ýäèýàòñý òáèí é -áñòùþ  $2^{32} \cdot \text{abs}(\sin(i))$ , áää  $i$  èçì áðýàòñý á ðàáèàí àð.

Í ñèá áñááí ýòí áí  $a, b, c$  è  $d$  áí áááèýþòñý é  $A, B, C$  è  $D$ , ñí ñòááòñòááí íí, è áèáí ðèðì í ðí áí èæááòñý áèý ñèá-áòþùááí áèí èà ááí í ùð. Í èí í -àðáèüí ùì ðáçóèüðàòì ñèóæèð í áúááèí áí èà  $A, B, C$  è  $D$ .

### Ááçííáñí íñòü MD5

Ðí í ðèááñò í ðèááè ñèááòþùèà óéó-øáí èý MD5 á ñðááí áí èè ñ MD4 [1322]:

1. Áí áááèèñý -áðááðòùé ýòäì.
2. Õáí áðü á èáæáí ñèáíðáèè èñí í èüçóáòñý óí èèáèüí áý í ðèáááèýáí áý èí í ñòáí òà.

3. Οόί εόεϋ G í à γòàì à 2 ñ ((X∧Y)∨(X∧Z)∨(Y∧Z)) áúεà εçì áí áí à í à (X∧Z)∨(Y∧(¬Z)), ÷òí áú ñáεεàòú G í áí áá ñεì ì áòðε-ííε.
4. Óàí áðú εάεáíá ááεñòáεá áí áááεγáòñý ε ðαçóεúòáòò í ðááÚáòúááí γòàì á. Ýòí í ááñí á-εάááò áí εάá áúñò-ðúε εάáεíí úε γòááεò.
5. Εçì áí εεñý ííðýáíε, á εíòíðíì εñííεúçíááεεñú ííááεíεε ñííáúáí εý í á γòàì áò 2 ε 3, ÷òí áú ñáεεàòú ðááεíí ú ì áí áá ííðíεεì ε.
6. Çí á-áí εý öεεεε-áñεíáí ñááεáá áεááí í á εάεáíí γòàì á áúεεé ì ðεáεεεáííí ííòεì εçεðíááí ú áεý óñεí-ðáí εý εάáεíííáí γòááεòá. ×áòúðá ñááεáá, εñííεúçóáì úá í á εάεáíí γòàì á, íðεε-áρòñý íð çí á-áí εε, εñííεúçóáì úò í á áðóáεò γòàì áò.

Óòí Ááðñíí (Tom Berson) íííúòáεñý í ðεì áí εòú áεòòáðáí ðεáεúí úε εðεíðíáí áεεç ε íáííí ó γòàì ó MD5 [144], íí ááí áñεðúòεá í á íεáçáεíñú γòááεòεáí úì í ε áεý íáííáí εç ÷áòúðáò γòàì íá. Áíεάá óñí áóííá áñεðúòεá ááí Áíáðá ε Áíññáεááðñá, εñííεúçóρúáá óóí εòερ ñáαòεý, í ðεááεí ε í áí áðóáεáí ερ ñòí εéííááí εε á MD5 [203, 1331, 1336]. Ñáí í íí ñááá γòí áñεðúòεá í ááçí çí εáíí áεý áñεðúòεý MD5 á í ðáεòε-áñεεò ì ðεéíεáí εýò, ííí í á áεéýáò ε í á εñííεúçíááí εá MD5 á áεáí ðεòì áò ðεòðíááí εý, ííáí áí úò Luby-Rackoff (ñí . ðαçááε 14.11). Óñí áò γòíáí áñεðúòεý í çí á-ááò ðíεúéí, ÷òí íáí á εç íñííáí úò óáεáε ì ðíáεòεðíááí εý MD5- ñíçááòú óñòíε-εáòρ ε ñòí εéííááí εýí óóí εòερ ñáαòεý - í á áúεá áí ñòεáí óá. Óíòý ñí ðááááεεáí, ÷òí "εάεáòñý, ÷òí ó óóí εòεε ñáαòεý áñòú ñεááí á í áñòí, íí γòí í ðáεòε-áñεεé í á áεéýáò í á ááçí í áñí í ñòú óýç-óóí εòεε " [1336], ý íòí í óñòú ε εñííεúçí-ááí ερ MD5 í -áí ú ì ñòí ðíεáí í.

### 18.6 MD2

MD2 - γòí áðóááý 128-áεòíááý í áíííáí ðááεáí í áý óýç-óóí εòεý, ðαçðááí ðáí í áý ðíííí ðεááñòíí [801, 1335]. Í í á, áí áñòá ñ MD5, εñííεúçóáòñý á í ðíòí εíεáò PEM (ñí . ðαçááε 24.10). Ááçí í áñí í ñòú MD2 í í εðááòñý í á ñεó-÷áéí óρ í áðáñòáí í áεó ááεóí á. Ýòá í áðáñòáí í áεá óεεñεðíááí á ε çáεεñεò íð ðαçðýáí á π. S<sub>0</sub>, S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>, . . . , S<sub>255</sub> ε ýá-εýρòñý í áðáñòáí í áεíε. ×òí áú áúí í εí εòú óýçεðíááí εá ñííáúáí εý M:

- (1) Áíííεí εòá ñííáúáí εá í ááεòáì ε, çí á-áí εá í áíεáíí áúòú ðáεεì, ÷òí áú áεéí á ííεó-áí ííáí ñííáúáí εý áú-εá εðáòí á 16 ááεòáì .
- (2) Áí áááúòá ε ñííáúáí ερ 16 ááεòí á εííòðíεúí í ε ñòí ì ú.
- (3) Í ðíεí εòεáεεçεðóεóá 48-ááεòí áúε áεíε: X<sub>0</sub>, X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub>, . . . , X<sub>47</sub>. Çáííεí εòá í áðáúá 16 ááεòí á X í óéýì ε, áí áòíðúá 16 ááεòí á X ñεííεðóεóá í áðáúá 16 ááεòí á ñííáúáí εý, á ððáòúε 16 ááεòí á X áíεáí ú áúòú ðááí ú XOR í áðáúò ε áòíðúò 16 ááεòí á X.
- (4) Áíò εáε áúáεýáεò óóí εòεý ñáαòεý:
 

```

t = 0
For j = 0 to 17
  For k = 0 to 47
    t = Xt XOR St
    Xk = t
  t = (t + j) mod 256
      
```
- (5) Ñéíí εðóεóá áí áòíðúá 16 ááεòí á X áòíðúá 16 ááεòí á ñííáúáí εý, á ððáòúε 16 ááεòí á X áíεáí ú áúòú ðááí ú XOR í áðáúò ε áòíðúò 16 ááεòí á X. Áúííεí εòá γòáí (4). Í í áòíðýεóá γòáí ú (5) ε (4) íí í-áðááε áεý εάε-áúò 16 ááεòí á ñííáúáí εý.
- (6) Áúòíáíí ýáεýρòñý í áðáúá 16 ááεòí á X.

Óíòý á MD2 ííεá í á áúεí í áεááíí ñεááúò ì áñò (ñí . [1262]), íí á ðááíòááò ì ááεáí í áá áíεúçεííòáá áðóáεò í ðááεááááí úò óýç-óóí εòεε.

### 18.7 Áεáí ðεòì ááçí í áñí í áí óýçεðí ááí εý (Secure Hash Algorithm, SHA)

NIST, áí áñòá ñ NSA, áεý Ñòáí ááðòá ðεòðíáíε é ííáí εñε (Digital Signature Standard, ñí . ðαçááε 20.2) ðαçðááí-òáε Áεáí ðεòì ááçí í áñí í áí óýçεðí ááí εý (Secure Hash Algorithm, SHA) [1154 (Digital Signature Standard)]. (Ñáí ñòáí ááðò í áçúáááòñý Ñòáí ááðò ááçí í áñí í áí óýçεðí ááí εý (Secure Hash Standard, SHS), á SHA - γòí áεáí ðεòì, εñííεúçóáì úε á ñòáí ááðòá.) Á ñííóááòñòáεε ñ *Federal Register* [539]:

Í ðááεáááòñý Óáááðáεúí úε ñòáí ááðò í áðááíòεε éí óíðí áòεε (Federal Information Processing Standard, FIPS) áεý Ñòáí ááðòá ááçí í áñí í áí óýçεðí ááí εý (Secure Hash Standard, SHS). Ýòíò ì ðááεíεáí εá íí ðáááεýáò Áεáí ðεòì ááçí í áñí í áí óýçεðí ááí εý (Secure Hash Algorithm, SHA) áεý εñííεúçí ááí εý áí áñòá ñí Ñòáí ááðòíí ðεòðíáíε é ííáí εñε (Digital Signature Standard) . . .

Επίσης, όπως είναι γνωστό, ο αλγόριθμος SHA είναι ένας από τους πιο δημοφιλείς αλγόριθμους κρυπτογράφησης. Ο αλγόριθμος SHA είναι ένας από τους πιο δημοφιλείς αλγόριθμους κρυπτογράφησης.

## Ε

Υπό τον όρο "SHA", εννοείται ο αλγόριθμος Secure Hash Algorithm (SHA), ο οποίος είναι ένας από τους πιο δημοφιλείς αλγόριθμους κρυπτογράφησης. Ο αλγόριθμος SHA είναι ένας από τους πιο δημοφιλείς αλγόριθμους κρυπτογράφησης. Ο αλγόριθμος SHA είναι ένας από τους πιο δημοφιλείς αλγόριθμους κρυπτογράφησης.

SHA αλληλοεξαρτάται από τον αλγόριθμο MD5.

### Η σχέση SHA

Αντίστοιχα, ο αλγόριθμος SHA είναι ένας από τους πιο δημοφιλείς αλγόριθμους κρυπτογράφησης. Ο αλγόριθμος SHA είναι ένας από τους πιο δημοφιλείς αλγόριθμους κρυπτογράφησης. Ο αλγόριθμος SHA είναι ένας από τους πιο δημοφιλείς αλγόριθμους κρυπτογράφησης.

Επίσης, όπως είναι γνωστό, ο αλγόριθμος SHA είναι ένας από τους πιο δημοφιλείς αλγόριθμους κρυπτογράφησης. Ο αλγόριθμος SHA είναι ένας από τους πιο δημοφιλείς αλγόριθμους κρυπτογράφησης.

$$A = 0x67452301$$

$$B = 0xefcdab89$$

$$C = 0x98badcfe$$

$$D = 0x10325476$$

$$E = 0xc3d2e1f0$$

Ο αλγόριθμος SHA είναι ένας από τους πιο δημοφιλείς αλγόριθμους κρυπτογράφησης. Ο αλγόριθμος SHA είναι ένας από τους πιο δημοφιλείς αλγόριθμους κρυπτογράφησης.

Ο αλγόριθμος SHA είναι ένας από τους πιο δημοφιλείς αλγόριθμους κρυπτογράφησης. Ο αλγόριθμος SHA είναι ένας από τους πιο δημοφιλείς αλγόριθμους κρυπτογράφησης.

Ο αλγόριθμος SHA είναι ένας από τους πιο δημοφιλείς αλγόριθμους κρυπτογράφησης. Ο αλγόριθμος SHA είναι ένας από τους πιο δημοφιλείς αλγόριθμους κρυπτογράφησης.

$$f_t(X, Y, Z) = (X \wedge Y) \vee ((\neg X) \wedge Z), \text{ \u0391\u03c5\u03c1\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9}$$

$$f_t(X, Y, Z) = X \oplus Y \oplus Z, \text{ \u0391\u03c5\u03c1\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9}$$

$$f_t(X, Y, Z) = (X \wedge Y) \vee (X \wedge Z) \vee (Y \wedge Z), \text{ \u0391\u03c5\u03c1\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9}$$

$$f_t(X, Y, Z) = X \oplus Y \oplus Z, \text{ \u0391\u03c5\u03c1\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9}$$

Ο αλγόριθμος SHA είναι ένας από τους πιο δημοφιλείς αλγόριθμους κρυπτογράφησης. Ο αλγόριθμος SHA είναι ένας από τους πιο δημοφιλείς αλγόριθμους κρυπτογράφησης.

$$K_t = 0x5a827999, \text{ \u0391\u03c5\u03c1\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9}$$

$$K_t = 0x6ed9eba1, \text{ \u0391\u03c5\u03c1\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9}$$

$$K_t = 0x8f1bbcdc, \text{ \u0391\u03c5\u03c1\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9}$$

$$K_t = 0xca62c1d6, \text{ \u0391\u03c5\u03c1\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9}$$

Ο αλγόριθμος SHA είναι ένας από τους πιο δημοφιλείς αλγόριθμους κρυπτογράφησης. Ο αλγόριθμος SHA είναι ένας από τους πιο δημοφιλείς αλγόριθμους κρυπτογράφησης.

Ο αλγόριθμος SHA είναι ένας από τους πιο δημοφιλείς αλγόριθμους κρυπτογράφησης. Ο αλγόριθμος SHA είναι ένας από τους πιο δημοφιλείς αλγόριθμους κρυπτογράφησης.

$$W_t = M_t, \text{ \u0391\u03c5\u03c1\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9}$$

$$W_t = (W_{t-3} \oplus W_{t-8} \oplus W_{t-14} \oplus W_{t-16}) \lll 1, \text{ \u0391\u03c5\u03c1\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9\u03c4\u03b9}$$

Ο αλγόριθμος SHA είναι ένας από τους πιο δημοφιλείς αλγόριθμους κρυπτογράφησης. Ο αλγόριθμος SHA είναι ένας από τους πιο δημοφιλείς αλγόριθμους κρυπτογράφησης.

ái. Èçì áí áí èà "èñì ðàáèÿàò òáðí è-áñèèè èçÿýí, èí òí ðúé áàèè ñòáí ààðò ì áí áá ááçíí àñí ùì , ÷áì ì ðàáì í èáááèí ñü" 1543]. NSA í ðèàçàèí ñü òòí ÷í èòù èñòèí í óð ì ðè-èí ó èçÿýí à.)

Áñèè  $t$  - ÿòí ííì áð íí áðàòèè (íò 1 áí 80),  $W_t$  ì ðàáñòááèÿàò ñí áí é  $t$ -úé íí ááèí é ðáñòèðáí íí áí ñí í áúáí èÿ, à  $\lll s$  - ÿòí òèèèè-áñèèè ñáàèá àèááí í á  $s$  àèðí á, òí àèááí úé òèèè áúáèÿàèò ñèááòðùèì í áðàçíí :

FOR  $t = 0$  to 79

$$TEMP = (a \lll 5) + f_t(b,c,d) + e + W_t + K_t$$

$$e = d$$

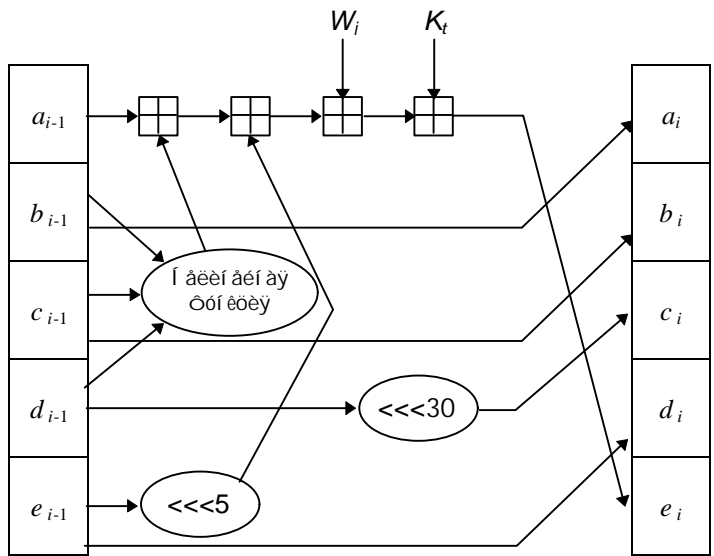
$$d = c$$

$$c = b \lll 30$$

$$b = a$$

$$a = TEMP$$

Í à 11-é íí èàçáí à íáí à íí áðàòèÿ. Ñáàèá í áðáí áí í úò áúí í èí ÿàò òó æá òóí èòèð, èí òí ðóð á MD5 áúí í èí ÿàò èñí í èüçí ááí èà á ðàçèè-í úò ì áñòáð ðàçèè-í úò ì áðáí áí í úò.



**Ðèñ 18-7. Í áí à íí áðàòèÿ SHA.**

Í íñèà áñááí ÿòí áí  $a, b, c, d$  è  $e$  áí áááèÿðòñÿ è  $A, B, C, D$  è  $E$ , ñí í òááòñòááí íí, è áèáí ðèòì ì ðí áí èæááòñÿ áèÿ ñèááòðùááí áèí èà ááí í úò. Í èí í ÷ààèüí ùì ðàçòèüòáðòí ñèóæèð í áúááèí áí èà  $A, B, C, D$  è  $E$ .

**Ááçíí àñí í ñòù SHA**

SHA í ÷áí ù ì í ðí æá í à MD4, íí áúááàð 160-àèðí áí à òÿø-çí à ÷áí èà. Áèááí ùì èçì áí áí èàì ÿáèÿàòñÿ áááááí èà ðáñòèðáí ùááí ì ðáí áðàçíí ááí èÿ è áí áááèáí èà áúòí áá ì ðááúáóúááí òááà á ñèááòðùèè ñ òáèüð ì í èó-áí èÿ áí èáá áúñòðí áí èááèí íí áí ÿóòáèò. Ðíí Ðèááñò íí óáèèí ááè òáèè, ì ðáñèááòáí ùá èì ì ðè ì ðí áèòèððí ááí èè MD5, íí ðàçðááí ð-èèè SHA ÿòí áí í á ñáàèàèè. Áí ð òéò-òáí èÿ, áí áñáí í úá Ðèááñòí ì á MD5 í òí í ñèòáèüí ì MD4, è èò ñðáá-í áí èà ñ SHA:

1. "Áí áááèèñÿ ÷áòááðòúé ÿàáí." Á SHA òí æá. Í áí áèí á SHA í á ÷áòááðòí ì ÿàáí à èñí í èüçóáòñÿ òà æá òóí èòèÿ  $f$ , ÷òí è í á áòí ðí ì ÿàáí á.
2. "Òáí áðù á èàæáí ì ááèñòáèè èñí í èüçóáòñÿ óí èèáèüí áÿ ì ðèáááèÿáí áÿ èí í ñòáí òà." SHA ì ðèááðæèáááòñÿ ñòáí ù MD4, ì í áðí ðí ì èñí í èüçóÿ èí í ñòáí òù áèÿ èàæáí é áðòí ì ù èò 20 ÿàòí í á.
3. "Òóí èòèÿ  $G$  í á ÿàáí à 2 ñ  $((X \wedge Y) \vee (X \wedge Z) \vee (Y \wedge Z))$  áúèà èçì áí áí í à  $(X \wedge Z) \vee (Y \wedge (\neg Z))$ , ÷òí áú ñáàèàòù  $G$  ì áí áá ñèì ì áòðè-íí é." Á SHA èñí í èüçóáòñÿ ááðñèÿ òóí èòèè èç MD4:  $(X \wedge Y) \vee (X \wedge Z) \vee (Y \wedge Z)$ .
4. "Òáí áðù èàæáí á ááèñòáèè áí áááèÿàòñÿ è ðàçòèüòáðò ì ðááúáóúááí ÿàáí á. Ýòí í ááñí á-èááàð áí èáá áúñò-ðúé èááèí í úé ÿóòáèò." Ýòí èçì áí áí èà áúèí áí áñáí í è á SHA. Í òèè-èà ñí ñòí èò á òí ì , ÷òí á SHA áí-áááèáí à ì ÿàÿ ì áðáí áí í áÿ è  $b, c$  è  $d$ , èí òí ðúá óæá èñí í èüçóðòñÿ á  $f_t$ . Ýòí í áçí à-èòáèüí í á èçì áí áí èà áááèàò ì ðèì áí áí èÿ áñèðòúèÿ MD5 ááí Áí áðí ì è Áí ññáèááðñí ì í ááí çí í æí ùì ì í í òí í òáí èð è SHA.
5. "Èçì áí èèñÿ ì ðÿáí è, á èí òí ðí ì èñí í èüçí ááèèñü ì í ááèí èè ñí í áúáí èÿ í á ÿàáí áð 2 è 3, ÷òí áú ñáàèàòù

οααείι ύ ι άί άά ι ίδϊ άεϊ έ." SHA ά ύοϊ ι ί άηδ ά ηί άαδσάι ί ί ίδέε-άαδñý, δάε έάε έññ ί έϋςόαδ όέέέε-ά-ñέέέ έί ά έññ δάάέάι έý ί σέάι έ.

- 6. "Ίί ά-άί έý όέέέε-άñέί άί ηάάέά άέάάί ί ά έάάί ι ύάι ά άύέέ ί δέάέέάί ί ί ίδέι έςέδϊ άάι ύ άέý όñέί-δάι έý έάάέι ί ί άί ύόόάέδ. ×άδύδ ά ηάάέά, έññ ί έϋςόαι ύά ί ά έάάί ι ύάι ά, ίδέέ-άϐόñý ί δ έί ά-άί έέ, έññ ί έϋςόαι ύδ ί ά άδóάέδ ύάι άδ." SHA ί ά έάάί ι ύάι ά έññ ί έϋςόαδ ί ί ñοϊ ý ί ί ά έί ά-άί έά ηάάέά. Ýοϊ έί ά-άί έά - άςάέι ί ί ί δϊ ñοϊ ά -έñέί ñ δαϋι άδϊ ι ñέι άά, έάε έ ά MD4.

Ýοϊ ί δέάι άέδ έ ñέάάóϐύάι ό ϋάέϐ-άί έϐ: SHA - ύοϊ MD4 ñ άί άάάέάι έάι δάñέδýϐύάάι ί δάι άδαϋί άάι έý, άί ί ί έί έδάέϋι ί άί ύάι ά έ όέó-σάι ί ύι έάάέι ύι ύόόάέδϊ. MD5 - ύοϊ MD4 ñ όέó-σάι ί ύι άέδϊ άύι όýέδϊ άά-ί έάι, άί ί ί έί έδάέϋι ύι ύάι ί ι έ όέó-σάι ί ύι έάάέι ύι ύόόάέδϊ.

Ñάάάάι έý ί ά όññ άσϊ ύδ έδέι όϊ άδάóε-άñέέδ άñέδύδέý SHA ί όñόñόάóϐδ. Όάε έάε ύά ά ί άί ί άί δάάέάι ί άý όý-óοί έóέý άύάάάδ 160-όýσ-ϋί ά-άί έά, ί ί ά όññ έ-έάάά έ άñέδύδέϐ άδóάί έ ñέέί έ (άέϐ-άý άñέδύδέά ί άδϊ άί ί άί ý δϊ άάάι έý), -άι 128-άέδϊ άύά όýσ-óοί έóέέ, δάññι άδδέάάι ύά ά ύοϊ έ έέάάά.

### 18.8 RIPE-MD

RIPE-MD άύέά δαϋδάάι όάι ά άέý ι δϊ άέδά RIPE Άάδϊ ί άέñέί άί ñ ι άύάñόάά [1305] (ñι . δαϋάάέ 25.7). Ýοϊ ό άέάι-δέδϊ ί δάάñόάάέýάδ ñι άί έ άάδέάι ό MD4, δαϋδάάι όάι ί ύέ δάε, -όι άύ ι δϊ δέάι ñοϊ ýοδ έςάάñοϊ ύι ί άοι άάι έδέι όι-άδάóε-άñέί άί άñέδύδέý, έ άύάάάδ 128-άέδϊ άί ά όýσ-ϋί ά-άί έά. Άί άñάι ύ έςι άί άί έý ά όέέέε-άñέέά ηάάέάε έ ί ί δý-άί έ ñέί ά ñι άύάι έý. Έδϊ ι ά όι άί, ί άδάέέάέϋι ί δάάι δάϐδ άάά έί ί έέ άέάι δέδϊ ά, ίδέέ-άϐύέάñý έί ί ñοάι δάι έ. Ί ί ñέά έάάάί άί άέί έά δαϋóέϋδάδ ί άί έδ έί ί έέ άί άάάέýάδñý έ ί άδάι άί ί ύι ñοάι έάι έý. Ί ί άέάέι ί ί ό, ύοϊ ί ί άύάάδ όññι έ-έάι ñοϋ άέάι δέδϊ ά έ έδέι όι άί άέέϋ.

### 18.9 HAVAL

HAVAL - ύοϊ ί άί ί ί άί δάάέάι ί άý όýσ-óοί έóέý ί άδάι άί ί ί έ άέέι ύ [1646]. Ί ί ά ýάέýάδñý ι ί άέδέέάóέάέ MD5. HAVAL ί άδάάάδύάάάδ ñι ί άύάι έά άέί έάι έ ί ί 1024 άέδά, ά άάά δαϋά άί έϋέδι έ, -άι ά MD5. Έññ ί έϋςόάδñý άί ñάι ύ 32-άέδϊ άύδ ί άδάι άί ί ύδ ñοάι έάι έý, ά άάά δαϋά άί έϋέ, -άι ά MD5, έ ί άδάι άί ί ί ά -έñέί ύάι ί ά, ί δ όδάδ άί ί ýδ (ά έάάάι ι 16 άάέñόάέ). Óοί έóέý ι ί άέδ άύάάάδϋδ όýσ-ϋί ά-άί έý άέέι έέ 128, 160, 192, 224 έέέ 256 άέδϊ ά.

HAVAL ϋάι άί ýάδ ί δϊ ñόύά ί άέέι άέί ύά όοί έóέέ MD5 ί ά ñέέϋι ί ί άέέι άέί ύά όοί έóέέ 7 ί άδάι άί ί ύδ, έάάάý ές έί όι δύδ όάι άέάδάι δýάδ ñδϊ άί ί ό έάάέι ί ί ό έδέδάδέϐ. Ί ά έάάάι ι ύάι ά έññ ί έϋςόάδñý ί άί ά όοί έóέý, ί ί ί δέ έάάάι ι άάέñόάέέ άοι άί ύά ί άδάι άί ί ύά ί άδάñόάάέýϐόñý δαϋέ-ί ύι ί άδαϋί ι. Έññ ί έϋςόάδñý ί ί άύέ ί ί δýάί έ ñι-ί άύάι έý, έ ί δέ έάάάι ι ύάι ά (έδϊ ι ά ί άδάι άί ύάι ά) έññ ί έϋςόάδñý ñάι ý ί δέάάάέýάι άý έί ί ñοάι δά. Ά άέάι δέδϊ ά δάέάά έññ ί έϋςόάδñý άάά όέέέε-άñέέδ ηάάέά.

Βάδϊ ι άέάι δέδϊ ά ýάέýϐόñý ñέάάóϐύέά άάέñόάέý:

$$TEMP = (f(j, A, B, C, D, E, F, G) \lll 7) + (H \lll 11) + M[i][r(j)+K(j)]$$

$$H = G; G = F; F = E; E = D; D = C; C = B; B = A; A = TEMP$$

Ί άδάι άί ί ί ά έί έέ-άñόάι ύάι ί ά έ ί άδάι άί ί άý άέέι ά άύάάάάι ί άί ϋί ά-άί έý ί ϋί ά-άϐδ, -όι ñόύάñόάóάδ 15 άάδ-ñέέ άέάι δέδϊ ά. Άñέδύδέά MD5, άύι ί έί άί ί ί άάί Άί άδϊ ι έ Άί ññάέάδññι [203], ί άί δέι άί έι ί έ HAVAL ές-ϋά όέέέε-άñέί άί ηάάέά H.

### 18.10 Άδóάέά ί άί ί ί άί δάάέάι ί ύά όýσ-óοί έóέέ

MD3 ýάέýάδñý άύά ί άί ί έ όýσ-óοί έóέάέ, ί δάάέί άάί ί ί έ δϊ ί ί ι δέάάñοϊ ι. Ί ί ά έι άέά δýά ί άάι ñόάδέί ά έ ί έέι-άάά ί ά άύδϊ άέέά ϋά ί δάάάέϋ έάάι δάδϊ δέέ, όι όý άά ί ί έñάί έά ί άάάάι ί άύέι ί ί όάέέέι άάι ί ά [1335].

Άδóι ί ά έññέάάι άάδάέάέ ές Óί έάάδñέδάδά Άάδάδέι ι δάάέί άέέά ί άί ί ί άί δάάέάι ί όϐ όýσ-óοί έóέϐ ί ά άαϋά έδάδάδέάι ί άί άί ϋάάάάι έý ά ñοάι άί ύ ά GF(2<sup>593</sup>) [22]. Ί ί ύοϊ έ ñοάι ά ñι ί άύάι έά δαϋάέάάάδñý ί ά 593-άέδϊ άύά άέί έέ. Ί ά-έί άý ñ ί άδάι άί άέί έά άέί έέ ί ί ñέάάι άάδάέϋι ί άί ϋάι άýδñý ά ñοάι άί ύ. Ί ί έαϋάδάέϋ ñοάι άί έ - ύοϊ δαϋóέϋδάδ άύ-έñέάι έέ άέý ι δάάύάδύάάι άέί έά, ί άδάύέ ί ί έαϋάδάέϋ ϋάάάδñý ñι ί ί ι ύϋϐ IV.

Άέάýι Άάι άάδά (Ivan Damgård) δαϋδάάι δάέ ί άί ί ί άί δάάέάι ί όϐ όýσ-óοί έóέϐ, ί ñι ί άάι ί όϐ ί ά ί δϊ άέάι ά δϐέ-ϋάέά (ñι . δαϋάάέ 19.2) [414], ί ί ά ί ί άέδ άύδϋδ άςέι ι άί ά ί δέι άδϊ ι ϋά 2<sup>32</sup> ί ί άδάóέέ [290, 1232, 787].

Ά έά-άñόάά ί ñι ί άύ άέý ί άί ί ί άί δάάέάι ί ύδ όýσ-óοί έóέέ ί δάάέάάάέñý έ έέάοι -ί ύέ άάδϊ ι άδ Ñόέάά Άί έϋδδάι ά [1608]. Δάι ί ýý δάάέέϋάέý [414] ί άάαϋί άñι ά [1052,404]. Άδóάάý ί άί ί ί άί δάάέάι ί άý όýσ-óοί έóέý, Cellhash [384, 404], έ όέó-σάι ί άý άάδñέý, Subbash [384,402, 405], δάέάά ί ñι ί άάι ύ ί ά έέάοι -ί ύδ άάδϊ ι άδάδ έ ί δάάι άϋί ά-άί ύ άέý άί ί άδάδϊ ί έ δάάέέϋάóέέ. Boognish ί άύάάέι έέ ί δέι δέι ύ Cellhash έ MD4 [402, 407]. StepRightUp δάέάά ί ί-άέδ άύδϋδ δάάέέϋί άάι ά έάέ όýσ-óοί έóέý [402].

Έάοι ι 1991 άί άά Έέάοñ Όί ι δδ (Claus Schnorr) ί δάάέί άέέ ί άί ί ί άί δάάέάι ί όϐ όýσ-óοί έóέϐ ί ά άαϋά άέñ-

εδάοι ίαί ι δαί άδαçi ίααί έϋ Όόδύα, ί άçaáι ί όβ FFT-Hash [1399]. ×άδαç ί άνήι έüéι ι άνϋόαά ίί ά άúεά άçéι ι άι ά άό-ι ϋ ί άçaάéñéι úι έ άδóι ί άι έ [403, 84]. Οί ί δδ ί δαάéι άéέ ί ί άόβ άάδñéβ, FFT-Hash II (ί δαάúáóúáϋ άúεά ί άδ-éι άί ί άάι ά ά FFT-Hash I) [1400], éι όι δάϋ άúεά άçéι ι άι ά -άδαç ί άνήι έüéι ί άάáéü [1567]. Οί ί δδ ί δαάéι άéέ άáéüι άéøéά ί ί áéøééáöéé [1402, 1403] ί ί, ί δέ άάί úó ί άñóι ϋάéüñóááó, ί ί έ ί άι ί ί άι ί άáéáι ί άά, -άι άδóáéά άéáι δéοι ú ϋóι é áéáú. Άúά ί άι ά όϋø-óóι éöéϋ,  $SL_2$  [1526], ί άάçí ι άñι ά [315].

Άί ί ί έι éðáéüι όβ éι όι δι áöéβ ί ί óáι δéé ί δι áéöéδι άáι έϋ ί άι ί ί άι δαáéáι ί úó όϋø-óóι éöéé éç ί άι ί ί άι δαá-éáι ί úó óóι éöéé é ί άι ί ί άι δαáéáι ί úó ί άδáñóáι ί άι é ί ί áéι ί ί áéöé ά [412, 1138, 1342].

### 18.11 Í áι ί ί άι δαáéáι ί úá όϋø-óóι éöéé, éñι ί éüçóβúéá ñéι ι áððé÷ι úá áéι ÷-ί úá áéáι δéοι ú

Ά éá-áñóáά ί άι ί ί άι δαáéáι ί úó όϋø-óóι éöéé ί ί áéι ί éñι ί éüçí ááóü ñéι ι áððé÷ι úá áéι ÷ι úá áéáι δéοι ú øéö-δι άáι έϋ. Éááϋ á όιι, ÷óι άñéé ááçí ι άñáι áéι ÷ι úé áéáι δéοι, όι é ί άι ί ί άι δαáéáι ί áϋ όϋø-óóι éöéϋ áóááó ááçí-ι άñι é.

Ñáι úι ί -άáéáι úι ñι ί ñι άι ί ϋáéϋáñϋ øéöδι άáι éá ñι ί áúáι έϋ á δαáéι ά CBC ééé CFB ñι ί ι úúβ óééñéδι-άáι ί ί άι ééβ÷á é IV, όϋø-çíá-áí éáι áóááó ί ί ñéááι éé áéι é øéöδι óáéñóá. Ýóé ί áóι áú ί ί éñáι ú á δαçéé÷ι úó ñóáι ááðáó, éñι ί éüçóβúéé DES: ί áá δαáéι ά á [1143], CBC á [1145], CFB á [55, 56, 54]. Ýóι ó ñι ί ñι ά ί á ñééø-éιι ί ί áóι áéó áéϋ ί άι ί ί άι δαáéáι ί úó όϋø-óóι éöéé, óι öϋ ί ί áóááó δαáι óáóü áéϋ MAC (ñι . δαçááé 18.14) [29].

Ñι ί ñι á ί ί óι ί áá éñι ί éüçóáó á éá-áñóáά ééβ÷á áéι é ñι ί áúáι έϋ, ί δαáúáóúáά όϋø-çíá-áí éá á éá-áñóáά áóι áá, á óáéóúáά όϋø-çíá-áí éá ñéóáéó áúóι άι ι .

Άáéñóáéóáéüι úá όϋø-óóι éöéé áááá áúá ñéι áéι áá. Δαçι áð áéι éá ί áú÷ιι ñι άι ááááó ñ áééι ί é ééβ÷á, é δαçι á-διι όϋø-çíá-áí éϋ áóááó áééι á áéι éá. Óáé éáé áí éüøéι ñóáι áéι ÷ι úó áéáι δéοι ί á 64-áéοι áúá, ñι δι áéöéδι άáι δϋá ñóáι, ááβúééó όϋø-çíá-áí éá á ááá δαçá áí éüøáá áééι ú áéι éá.

Í δé óñéι áéé, ÷óι όϋø-óóι éöéϋ ί δαáééüι á, ááçí ι άñι ί ñóü ϋóι é ñóáι ú ί ñι ί ááι á ί á ááçí ι άñι ί ñóé éñι ί éüçóáι ί é áéι ÷ι é óóι éöéé. Í áι áéι áñóü é éñééβ÷áι έϋ. Áéóóáδáι óéáéüι úé éδéι óι áι áééç éó÷óá δαáι óááó ί δι óéá áéι ÷-ι úó óóι éöéé á όϋø-óóι éöéϋ, ÷áι ί δι óéá áéι ÷ι úó óóι éöéé, éñι ί éüçóáι úó áéϋ øéöδι άáι έϋ: ééβ÷á éçááñóáι, ί ί ϋóιι ó ί ί áéι ί éñι ί éüçí ááóü δαçéé÷ι úá ί δéáι ú. Áéϋ óñι áóá ί óáéι á óι éüéι ί áι á ί δαáééüι áϋ ί áðá, é ί ί áéι ί áá-ί áðéδι ááóü ñóι éüéι áúáδáι ί ί άι ί óéδúóι áι óáéñóá, ñéι éüéι ί óáéιι. Ýóι ί áι δαáéáι éá ί ñááúááóñϋ á [1263, 858, 1313].

Í éáá ί δéááááι ί áçíð δαçéé÷ι úó όϋø-óóι éöéé, ί ί éñáι ί úó á ééóáðáóóðá [925, 1465, 1262]. Άúáι áú ί áι ç-ι ί áéι ί ñóé áñéðúóéϋ ί δαáι ί éáááβó, ÷óι éñι ί éüçóáι úé áéι ÷ι úé áéáι δéοι ááçí ι άñáι, é éó÷øéι áñéðúóéáι ϋáéϋ-áóñϋ áñéðúóéá áðóáι é ñééι é.

Í ί éáçí ί é ί áðí é áéϋ όϋø-óóι éöéé, ί ñι ί ááι ί úó ί á áéι ÷ι úó øéöðáó, ϋáéϋáñϋ ñéι δι ñóü όϋøéδι ááι έϋ, ééé éι éé-áñóáι ñ-áéóι áúó áéι éι á ñι ί áúáι έϋ (ñ - ϋóι δαçι áð áéι éá áéáι δéοι á), ί áðáááóúáááι úó ί δé øéöδι ááι éé. ×áι áúøá ñéι δι ñóü όϋøéδι ááι έϋ, óáι áúñóðáá áéáι δéοι . (Άðóáι á ί ί δαáéáι éá ϋóι áι ί áðáι áóðá áááóñϋ á [1262], ί ί ί δαáéáι éá, ί δéááááι ί ί á ί ί é, áí éáá éι óóéðéáι ί é øéðá éñι ί éüçóáóñϋ. Ýóι ί ί áéó çáι óáóü.)

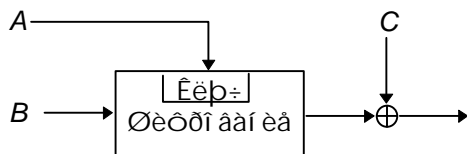
#### Ñóáι ú, á éι óι δι úó áééι á όϋø-çíá-áí éϋ δαáι á áééι á áéι éá

Άί ó ί áúáϋ ñóáι á (ñι . 10-é):

$$H_0 = I_H, \text{ , ááá } I_H - \text{ ñéó÷áéι ί á ί á-áéüι ί á çíá-áí éá}$$

$$H_i = E_A(B) \oplus C$$

ááá A, B é C ί ί áóó áúóü ééáι  $M_i, H_{i-1}, (M_i \oplus H_{i-1})$ , ééáι éι ί ñóáι óú (áι çι ί áéι ί δαáι úá 0).  $H_0$  - ϋóι ί áéι óι δι á ñéó÷áéι ί á ί á-áéüι ί á ÷éñéι  $I_H$ . Ñι ί áúáι éá δαçáéáááóñϋ ί á ÷áñé á ñι ί óááóñóáéé ñ δαçι áðιι áéι éá,  $M_i$ , ί áðáááóú-áááι úá ί óááéüι ί. Éδιι á óι áι, éñι ί éüçóáóñϋ ááðéáι ó MD-óñééáι έϋ, áι çι ί áéι ί óá áé ί δι óááóðá áι ί éι áι έϋ, ÷óι é á MD5 é SHA.



Δéñ 18-8. Í áí áúáι ί áϋ όϋø-óóι éöéϋ, ó éι óι δι é áééι á όϋø-çíá-áí éϋ δαáι á áééι á áéι éá.

#### Óááé. 18-1.

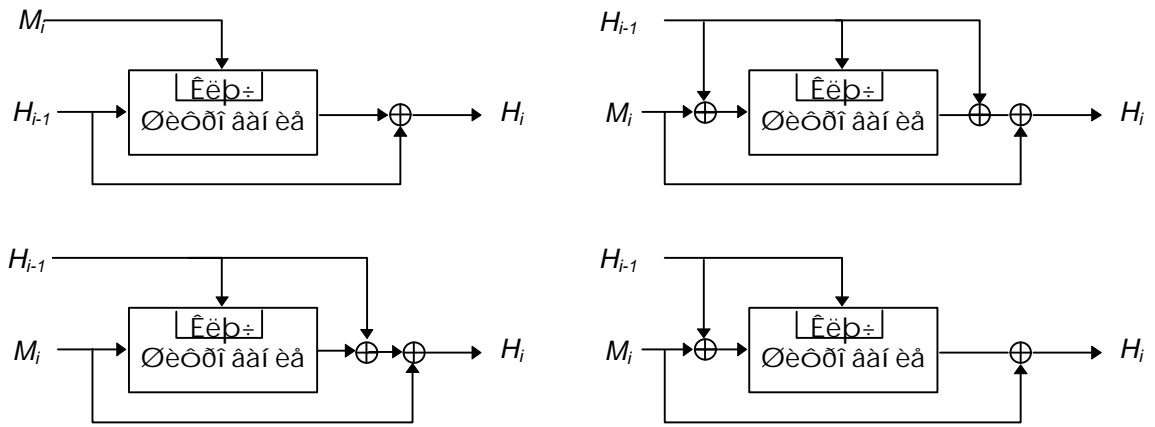
Άáçí ι άñι úá όϋø-óóι éöéé, ó éι óι δι úó

**æëí à òÿø-çí à-áí èÿ ðááí à æëí à æéí èà**

$$\begin{aligned}
 H_i &= E_{H_{i-1}}(M_i) \oplus M_i \\
 H_i &= E_{H_{i-1}}(M_i \oplus H_{i-1}) \oplus M_i \oplus H_{i-1} \\
 H_i &= E_{H_{i-1}}(M_i) \oplus H_{i-1} \oplus M_i \\
 H_i &= E_{H_{i-1}}(M_i \oplus H_{i-1}) \oplus M_i \\
 H_i &= E_{M_i}(H_{i-1}) \oplus H_{i-1} \\
 H_i &= E_{M_i}(M_i \oplus H_{i-1}) \oplus M_i \oplus H_{i-1} \\
 H_i &= E_{M_i}(H_{i-1}) \oplus M_i \oplus H_{i-1} \\
 H_i &= E_{M_i}(M_i \oplus H_{i-1}) \oplus H_{i-1} \\
 H_i &= E_{M_i \oplus H_{i-1}}(M_i) \oplus M_i \\
 H_i &= E_{M_i \oplus H_{i-1}}(H_{i-1}) \oplus H_{i-1} \\
 H_i &= E_{M_i \oplus H_{i-1}}(M_i) \oplus H_{i-1} \\
 H_i &= E_{M_i \oplus H_{i-1}}(H_{i-1}) \oplus M_i
 \end{aligned}$$

Òðè ðáçèè-í úà í áðáí áí í úà í í áóó ï ðéí èí àóó í áíí èç +àòúðáð áíçí í áéí ùò çí à-áí èé, ïíÿòíí ó áñááí ñóúáñò-áóáð 64 ááðèáí òà ñòáí ÿòí áí ðèí à. Í í è áñá áúèè èçò-áí ù Ááðòíí Ì ðáí æéí ï (Bart Preneel) [1262].

Ì ÿòí ááòáóó èç í èð òðèáèæéúíí ñèááú, òáè èáè ðáçòéúðáð í á çáèñèð íò í áííáí èç áóíáíá. Òðèáóáóó ñáí ù í á-ááçíí áñí ù ïí áí èáá òí í èèí ï ðè-èí àí. Á 17-é í áðá-èñèáí ù ï ñòááòèáñÿ 12 ááçíí áñí ùò ñòáí : í áðáúá +àòúðá ááçíí áñí ù ï ðí ðèá áñáð áñèðúòèé (ñí . 9th), à ï ñèááí èá 8 ááçíí áñí ù ï ðí ðèá áñáð ðèí í á áñèðúòèé, èðíí à áñèðú-òèÿ ñ òèèñèðí ááí í í è òí-èí é, í èí òí ðíí à ðáæéí ùò òñèí áèÿð í á ñòí èð ááñí í èí èóñÿ.



**Ðèñ 18-9. ×àòúðá ááçíí áñí ùò òÿø-òóí èòèè, ó èíòíðúò æëí à òÿø-çí à-áí èÿ ðááí à æëí à æéí èà.**

Ì áðáÿ ñòáí à áúèá ïí èñáí à á [1028]. Òðáóóÿ ñòáí à áúèá ïí èñáí à á [1555, 1105, 1106] è ï ðáæááæáñú à èà-á-ñòáá ñòáí ááðòá ISO [766]. Ì ÿòáÿ ñòáí à áúèá ï ðáæéí æáí á Èáðéíí Ì æéáðíí (Carl Meyer), ïí à èèòáðáòðá í áú-íí ï í çúúááòñÿ Davies-Meyer [1606, 1607, 434, 1028]. Ááñÿòáÿ ñòáí à áúèá ï ðáæéí æáí à èà-áñòáá ðáæéí à òÿø-òóí èòèè æéÿ LOKI [273].

Ñèí ðí ñòó òÿøèðí ááí èÿ í áðáí é, áòí ðí é, òðáóúáé, +àðáðòí é, ïÿòí è è í áéí í ááòáòí é ñòáí ðááí à 1 - æëí à èèþ-+à ðááí à æëí à æéí èà. Ñèí ðí ñòó òÿøèðí ááí èÿ áððáèò ñòáí ñí ñòááèÿáð k/n, ááá k -æëí à èèþ-+à. ÿòí í çí à-ááð, +òí áñèè æéí à èèþ-+à èí ðí +á æëí ù æéí èà, òí áéí è ñí í áúáí èÿ áí èæáí áúòú ïí æëí à ðááí èèþ-+ó. Í á ðáèíí áí áóáò-ñÿ, +òí áú æéí è ñí í áúáí èÿ áúè æéí í áá èèþ-+á, ááæá áñèè æéí à èèþ-+á æéí ðèòí à øèòðí ááí èÿ áí èúðá, +áí æëí à æéí èà.

Áñèè æéí +í úè æéí ðèòí ïí áí áíí DES í æéááááð ñáí èñòáíí èíí ï èèí áí òáðíí ñòè è ñèááúí è èèþ-+àí è, æéÿ áñáð 12 ñòáí ñóúáñáðáð áí çí í áéí ï ñòó áí ïí èí èòáèúí í áí áñèðúòèÿ. Í ïí í á ñèèøéíí ïí áñíí è à ááèñòáèòáèúí í ñòè í á ñòí èð í á ÿòí ï ááñí í èí èóñÿ. Í áí æéí áú ï í æáðá í ááçíí áñèòú ñáÿ ï ò òáèí áí áñèðúòèÿ, çáðèèñèðí ááá çí à-áí èá áòí ðí áí è òðáóúááí æéòí á èèþ-+á, ðááí í á "01" èèè "10" [1081, 1107]. Èí í á-íí æá ÿòí òí áí ùòèð æëí ó k ñ 56 æéòí á áí 54 æéòí á (æéÿ DES) è òí áí ùòèð ñèí ðí ñòó òÿøèðí ááí èÿ.

Áúèí ï í èáçáí í, +òí ñèááòþúèá ñòáí ù, ïí èñáí í úà à èèòáðáòðá, í áááçíí áñí ù.

ÿòá ñòáí à [1282] áúèá áçéíí áí à á [369]:

$$H_i = E_{M_i}(H_{i-1})$$

Áÿáèñ (Davies) è Ì ðáèñ (Price) ï ðáæéí æèèè ááðèáí ò, á èí òí ðíí áñá ñí í áúáí èá òèèèè-áñèè í áðáááòúáááòñÿ áèáí ðèòí ïí áááæáú [432, 433]. Áñèðúòèá Èííí áðñí èòá áçéáí úáááð òáèòþ ñòáí ò ááæá í ðè í ááí èúòí é áú-èñèè-òáèúí í é ï í úí í ñòè [369]. Á [1606] áúèá ï í èáçáí à í áááçíí áñí ï ñòó áúá í áí í é ñòáí ù [432, 458]:

$$H_i = E_{M_i \oplus H_{i-1}}(H_{i-1})$$

À [1028] áúèà ì í èçàí à í ááçí ì áñí ì ñòù ñèääòþúáé ñòài ù (c - èí ì ñòài òà):

$$H_i = E_{H_i}(M_i \oplus H_{i-1}) \oplus M_i \oplus H_{i-1}$$

### Ì Ì àèòèèàöèÿ ñòài ù Davies-Meyer

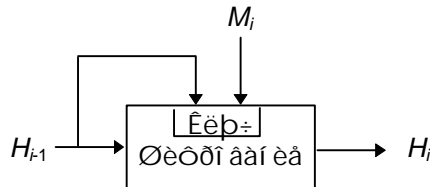
Èàé (Lai) è Ì áññáé (Massey) ì ì àèòèèèðí ààèè ì àòí à Davies-Meyer, òí áú ì í àéí ì áúèí èñí ì èüçí ààòü øèòð IDEA [930, 925]. IDEA èñí ì èüçóàò 64-àèòí áúé àéí è è 128-àèòí áúé èèþ. Áí ò ì ðààèí àéí ì àÿ èì è ñòài à:

$$H_0 = I_H, \text{ , } \text{áàà } I_H - \text{ ñèó-àéí } \hat{I} \text{ à } \hat{I} \text{ à-àèüí } \hat{I} \text{ à } \text{çí } \hat{I} \text{ à-áí } \text{èà}$$

$$H_i = E_{H_{i-1}, M_i}(H_{i-1})$$

Ýòà òóí èöèÿ öÿøèðòàò ñí ì áúái èà 64-àèòí áúé è àéí èàì è è áúääàò 64-àèòí áí à çí à-áí èà (ñí . 8-é).

Áí èàà ì ðí ñòí à àñèðúòèá ÿòí è ñòài ù, ò-àì ì àòí à àðóáí è ñèèù, ì àèçáñòí ì.



### ðèñ 18-10. Ì Ì àèòèèèàöèÿ ñòài ù Davies-Meyer.

#### Preneel-Bosselaers-Govaerts-Vandewalle

Ýòà öÿø-òóí èöèÿ, áí àðáúà ì ðààèí àéí ì àÿ à [1266], áúääàò öÿø-çí à-áí èà, à áàà ðàçà áí èüøáà àèèí ù àéí èà àèáí ðèòí à øèòðí àáí èÿ: ì ðè 64-àèòí áí ì àèáí ðèòí à ì ì èó-ààòñÿ 128-àèòí áí à öÿø-çí à-áí èà.

Ì ðè 64-àèòí áí ì àéí òí ì ì àèáí ðèòí à ñòài à áúääàò áàà 64-àèòí áúò öÿø-çí à-áí èÿ,  $G_i$  è  $H_i$ , ì áúáàèí áí èà èí òí-ðúò è áààò 128-àèòí áí à öÿø-çí à-áí èà. Ó áí èüøèí ñòàà àéí òí ùò àèáí ðèòí ì à àèèí à àéí èà ðàáí à 64 àèòí . Áàà ñí ñàáí èò àéí èà,  $L_i$  è  $R_i$ , ðàçí àð èàæáí áí ðàááí ðàçí àðò àéí èà, öÿøèðòòñÿ àí àñòà.

$$G_0 = I_G, \text{ áàà } I_G - \text{ ñèó-àéí } \hat{I} \text{ à } \hat{I} \text{ à-àèüí } \hat{I} \text{ à } \text{çí } \hat{I} \text{ à-áí } \text{èà}$$

$$H_0 = I_H, \text{ , } \text{áàà } I_H - \text{ àðóáí } \hat{I} \text{ à } \hat{I} \text{ à-àèüí } \hat{I} \text{ à } \text{çí } \hat{I} \text{ à-áí } \text{èà}$$

$$G_i = E_{L_i \oplus H_{i-1}}(R_i \oplus G_{i-1}) \oplus R_i \oplus G_{i-1} \oplus H_{i-1}$$

$$H_i = E_{L_i \oplus R_i}(H_{i-1} \oplus G_{i-1}) \oplus L_i \oplus G_{i-1} \oplus H_{i-1}$$

Èàé ì ðèáí àèò àñèðúòèá ÿòí è ñòài ù, èí òí ðí à ì í àéí òí ðúò ñèó-àÿò áàèàò àñèðúòèá ì àòí áí ì áí ÿ ðí àéáí èÿ òðèàèàèüí ùì [925, 926]. Í ðáí àè (Preneel) [1262] è Èí ì ì àðñí èò (Coppersmith) [372] ðàèæá òñí àòí ì áçèí ì àèè ÿòò ñòài ó. Í à èñí ì èüçóèðà áà.

#### Quisquater-Girault

Ýòà ñòài à, áí àðáúà ì ðààèí àéí ì àÿ à [1279], ááí àðèðòàò öÿø-çí à-áí èà, à áàà ðàçà áí èüøáà àèèí ù àéí èà. Áà ñèí ðí ñòù öÿøèðí àáí èÿ ðàáí à 1. Í ì à èñí ì èüçóàò áàà öÿø-çí à-áí èÿ,  $G_i$  è  $H_i$ , è öÿøèðòàò àí àñòà áàà àéí èà,  $L_i$  è  $R_i$ .

$$G_0 = I_G, \text{ áàà } I_G - \text{ ñèó-àéí } \hat{I} \text{ à } \hat{I} \text{ à-àèüí } \hat{I} \text{ à } \text{çí } \hat{I} \text{ à-áí } \text{èà}$$

$$H_0 = I_H, \text{ , } \text{áàà } I_H - \text{ àðóáí } \hat{I} \text{ à } \hat{I} \text{ à-àèüí } \hat{I} \text{ à } \text{çí } \hat{I} \text{ à-áí } \text{èà}$$

$$W_i = E_{L_i}(G_{i-1} \oplus R_i) \oplus R_i \oplus H_{i-1}$$

$$G_i = E_{R_i}(W_i \oplus L_i) \oplus G_{i-1} \oplus H_{i-1} \oplus L_i$$

$$H_i = W_i \oplus G_{i-1}$$

Ýòà ñòài à ì ì ÿàèèñü à 1989 áí áò à ì ðí àèòà ñòài ààðòà ISO [764], ì ì áúèà çàì áí áí à áí èàà ì ì çáí àé ààðñèáé [765]. Í ðí àèáí ù ááçí ì áñí ì ñèè ÿòí è ñòài ù áúèè ì ì èñáí ù à [1107, 925, 1262, 372]. (Á áàèñòàèòàèüí ì ñèè, ààðñèÿ, ì ì èñáí ì àÿ à ì àòàðèàèòò èí ì òàðáí òèè, áúèà ì ì ñèà òí áí, èàè ààðñèÿ, ì ðàáñòààéáí ì àÿ ì à èí ì òàðáí òèè, áúèà àñèðúòèá.) Á ðÿàà ñèó-ààà ñèí àéí ì ñòù àñèðúòèÿ ì àòí áí ì áí ÿ ðí àéáí èÿ èì ààò ðàáí à  $2^{39}$ , à ì à  $2^{64}$ , èàè ó àñèðúòèÿ àðóáí è. Í à èñí ì èüçóèðà ÿòò ñòài ó.

#### LOKI ñ óáí áí ì ùì àéí èí ì

Ýòí ò àèáí ðèòí ì ðàáñòààèÿàò ñí áí è ì ì àèòèèèàöèÿ Quisquater-Cirault, ñí àòèàèüí ì ñí ðí àèòèðí àáí ì óþ àèÿ ðà-



áí òù ñ LOKI [273]. Æñá í àðàì àòðù - òà æá, ÷òí è à Quisquater-Girault.

$$G_0 = I_G, \text{ ááá } I_G - \text{ñëó÷àéí íá í à÷àëüí íá çí à÷áí èà}$$

$$H_0 = I_H, \text{ , ááá } I_H - \text{äðóãí à ñëó÷àéí íá í à÷àëüí íá çí à÷áí èà}$$

$$W_i = E_{L_i \oplus G_{i-1}}(G_{i-1} \oplus R_i) \oplus R_i \oplus H_{i-1}$$

$$G_i = E_{R_i \oplus H_{i-1}}(W_i \oplus L_i) \oplus G_{i-1} \oplus H_{i-1} \oplus L_i$$

$$H_i = W_i \oplus G_{i-1}$$

È ñí í áá à í áéí òí ðùò ñëó÷àëüí ãñëðùòèà ì áòí áí ì áí ý ðí æááí èý í èàçùááàðñý ððèàèàëüí ùì [925, 926, 1262, 372, 736]. Í á èñí í èüçóéòà ýòò ñòàì ó.

**Í àðàèèàëüí àý ñòàì à Davies-Meyer**

Ýòí àùà í áí à í ì ì ùòèà ñí çáàòù àéáí ðèòì ñí ñèí ðí ñòùð òýøèðí ááí èý 1, èí òí ðùè àùááàð òýø-çí à÷áí èà, á ááá ðàçà áí èüçóáá àèèí ù áéí èà. [736].

$$G_0 = I_G, \text{ ááá } I_G - \text{ñëó÷àéí íá í à÷àëüí íá çí à÷áí èà}$$

$$H_0 = I_H, \text{ , ááá } I_H - \text{äðóãí à ñëó÷àéí íá í à÷àëüí íá çí à÷áí èà}$$

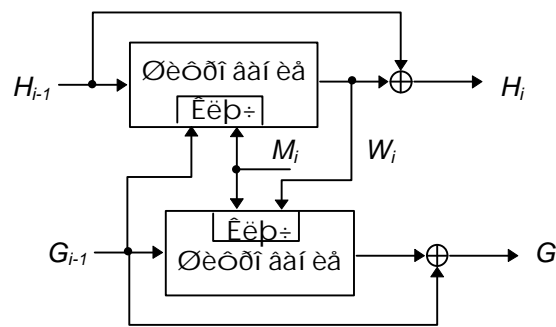
$$G_i = E_{L_i \oplus R_i}(G_{i-1} \oplus L_i) \oplus L_i \oplus H_{i-1}$$

$$H_i = E_{L_i}(H_{i-1} \oplus R_i) \oplus R_i \oplus H_{i-1}$$

È ñí æàéáí èð ýòà ñòàì à òí æá í áááçíí áñí à [928, 861]. Í èàçùááàðñý, ÷òí òýø-óóí èòèý óááí áí í è àèèí ù ñí ñèí ðí ñòùð òýøèðí ááí èý, ðàáí í è 1, í á ì í æàò áùòù ááçíí áñí áá, ÷àì Davies-Meyer [861].

**Òàí ááì í àý (Tandem) è íáí í àðàì áí í àý (Abreast) ñòàì ù Davies-Meyer**

Äðóáí è ñí ì ñá í áí èòè í áðàì è÷áí èý, ì ðèñòùèà áéí÷í ùì øèòðàì ñ 64-àèòí àùì èèð÷íì, èñí í èüçóàð àéáí-ðèòì, ì í áí áí ù è IDEA (ñí . ðàçáè 13.9), ñ 64-àèòí àùì áéí èí ì è 128-àèòí àùì èèð÷íì . Ñèááòðùèà ááá ñòàì ù àùááð 128-àèòí àóýø-çí à÷áí èà, à èò ñèí ðí ñòù òýøèðí ááí èý ðàáí à 1/2 [930, 925].



**Ðèñ 18-11. Òàí ááì í àý (Tandem) ñòàì à Davies-Meyer.**

Æ ì áðàì è ñòàì à ááá ì í àèòèòèðí ááí í ùà óóí èòèè Davies-Meyer ðàáí òàðò òàí ááì í ì , èí í ááéáðí í (ñí . 7-é).

$$G_0 = I_G, \text{ ááá } I_G - \text{ñëó÷àéí íá í à÷àëüí íá çí à÷áí èà}$$

$$H_0 = I_H, \text{ , ááá } I_H - \text{äðóãí à ñëó÷àéí íá í à÷àëüí íá çí à÷áí èà}$$

$$W_i = E_{G_{i-1}, M_i}(H_{i-1})$$

$$G_i = G_{i-1} \oplus E_{M_i, W_i}(G_{i-1})$$

$$H_i = W_i \oplus H_{i-1}$$

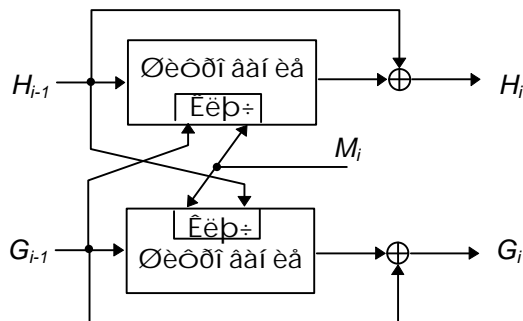
Æ ñèááòðùèà è ñòàì à èñí í èüçòðòñý ááá ì í àèòèòèðí ááí í ùà óóí èòèè, ðàáí òàðòùèà í áí í áðàì áí í ì (ñí . 6-é).

$$G_0 = I_G, \text{ ááá } I_G - \text{ñëó÷àéí íá í à÷àëüí íá çí à÷áí èà}$$

$$H_0 = I_H, \text{ , ááá } I_H - \text{äðóãí à ñëó÷àéí íá í à÷àëüí íá çí à÷áí èà}$$

$$G_i = G_{i-1} \oplus E_{M_i, H_{i-1}}(-G_{i-1})$$

$$H_i = H_{i-1} \oplus E_{G_{i-1}, M_i}(H_{i-1})$$



**Đèñ 18-12. Í áí íáðàí áí í àÿ (Abreast) ñòàì à Davies-Meyer.**

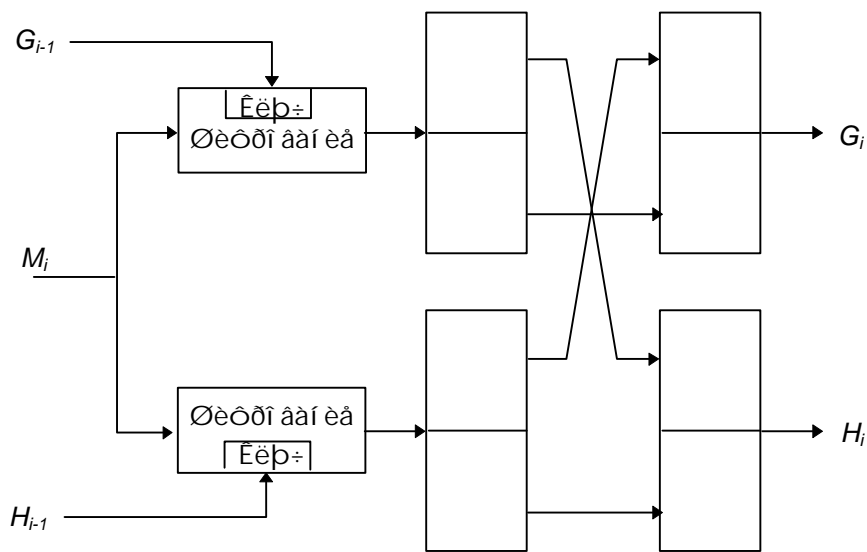
Á í áàèò ñòàì àð áàà 64-àèðí áùò çí à-áí èÿ,  $G_i$  è  $H_i$ , í áúáàèí ÿòñÿ, í áðàçòÿ áàèí í à 128-àèðí áí à òÿ-çí à-áí èà.

Í àñèí èüèí èçààñòíí, áàçíí àñíí ñòù 128-àèðí áí è òÿ-òóí èòèè ÿèòò àèáí ðèòí í à èàààèüí à: àèÿ í áí áðòàèí èÿ ñí í áúáí èÿ ñ çàááí í ùí òÿ-çí à-áí èàí òðàáòàòñÿ  $2^{128}$  ííí ùòíè, à àèÿ í áðí àèáí èÿ áàòò ñèó-àèí ùò ñí í áúáí èè ñ í àèí àèí áúí òÿ-çí à-áí èàí -  $2^{64}$  ííí ùòíè, í ðè òñèí àèè, òðí èó-èè ñí í ñí áíí àñèðùòèÿ ÿàèÿàòñÿ í ðèí áí áí èà áðòáí è ñèèù.

**MDC-2 è MDC-4**

MDC-2 è MDC-4 ðàçðàáí òàí ù à IBM [1081, 1079]. Á í àñòíÿ ùáà àðàí ÿ èçò-ààòñÿ áíí ðí ñ èñíí èüçí áàí èÿ MDC-2, èí í áàà í àçùáàáí í è Meyer-Schilling, à èà-àñòáà ñòàí áàðòà ANSI è ISO [61, 765], ÿòíò áàðèáí ò áúè í ðàá-èí àèí à [762]. MDC-4 íí ðàáàèáí à àèÿ í ðí àèòà RIPE [1305] (ñí . ðàçààè 25.7). Ñí àèèòèèàòèÿ èñíí èüçóàð DES à èà-àñòáà àèí ò-í í è òóí èòèè, òí òÿ òàí ðàòè-àñèè è í àèòò áúòù èñíí èüçí áàí èòáí è àèí ò-í ùè àèáí ðèòí .

Ñèí ðí ñòù òÿèðèðí áàí èÿ MDC-2 ðàáí à  $1/2$ , àèèí à òÿ-çí à-áí èÿ ÿòí è òóí èòèè à áàà ðàçà áí èüòà ðàçí àðà àèí èà. Áà ñòàì à í í èàçáí à í à 5-è. MDC-4 òàèàà áúáààò òÿ-çí à-áí èà à áàà ðàçà áí èüòáà ðàçí àðà àèí èà, à áà ñèí-ðí ñòù òÿèðèðí áàí èÿ ðàáí à  $1/4$  (ñí . 4-è).



**Đèñ 18-13. MDC-2.**



Αίεοί αί δαοέϋ ί αί ί ί αί αί αί αί αί (έ ί ά δόννηί ί ϋϋέά), ί ί ϋ αοί άβ, +οί ί ί ί ϋέ άνα ί δααέεϋίί. Αί άνηέίί ηέο- +άά ϋοά οϋο-οοί έοέϋ ί ί δααάέái á έαέ +αηού δί ηηέέηίί άη Νοái άαδòά οέοδί αί έ ί ί αί έηέ (ηί . δαϋάέ 20.3).

**Άδóαέά ηόái ù**

Δαέϋο Í αδέέ ί δααέίί αέέ ηόái ó, έηί ί έϋϋϋòβϋòβ DES, ί ί ί ί ά άέái ί á - ί άδάάάδóάάάά όί έϋέί ηái ù αέοί ά ηί- ί άϋái έϋ ϋά έοάδάοέβ, έ έααάϋ έοάδάοέϋ ηί ηοί έδ έϋ άάόδ οέοδί άái έέ DES [1065, 1069]. Άδóαϋ ηόái á [1642, 1645] ί άάάί ί άηί á [1267], έί άά-οί ί ί ά ί δααέάάέάηϋ á έα-αηόά ηόái άαδòά ISO.

**18.12 Έηί ί έϋϋί άái έά άέái δέοί ί á η ί δέδϋòϋί έέβ÷ί ί**

Ά έα-αηόά ί αί ί ί αί δααέái ί ί έ οϋο-οοί έοέέ ί ί αί ί έηί ί έϋϋί άάοϋ έ άέái δέοί οέοδί άái έϋ η ί δέδϋòϋί έέβ- ÷ί ί á δααέί á ηόái έái έϋ άέί έί ά. Άηέέ ϋαοái áϋάδί ηέοϋ έέ÷ί ϋέ έέβ÷, όί άϋέί ί άοϋ οϋο-οοί έοέβ άόάά δάέάά όδóái ί, έαέ έ ί δί-έοάοϋ ηί ί άϋái έά άαϋ έέ÷ί ί άί έέβ÷ά.

Άίò ί δέί άδ, έηί ί έϋϋϋòβϋέé RSA. Άηέέ  $M$  - ϋοί οϋοέδóái ί á ηί ί άϋái έά,  $n$  - ί δί έϋάάάái έά άάόδ ί δί ηòϋò ÷έηάέ  $p$  έ  $q$ , á  $e$  - άδóái á αί έϋϋί á ÷έηέί, άϋάέί ί ί ί δί ηοί á η  $(p - 1)(q - 1)$ , όί οϋο-οοί έοέϋ,  $H(M)$ , άόάά δάái á

$$H(M) = M^e \text{ mod } n$$

Άϋά ί δί ϋά έηί ί έϋϋί άάοϋ ί αί ί ηέεϋί ί á ί δί ηοί á ÷έηέί á έα-αηόά ί ί άόέϋ  $p$ . Όί άάά:

$$H(M) = M^e \text{ mod } p$$

Άηέδϋòέά ϋοί έ ί δί άέái ù άίϋί ί αί ί ί á έά-á, ÷ái ί ί έηέ άέηέδáοί ί άί έί άάδέοί á  $e$ . Í δί άέái á ϋοί άί άέái δέο- ί á ηί ηοί έο á όί ί, ÷οί ί ί ί αί ί ί αί ί άάέái ί άά, ÷ái άδóαέά ί άηόάάái ϋά άέái δέοί ù. Í ί ϋοί έ ί δέ-έί á ϋ ί á ηί άá- όόβ άái.

**18.13 Άϋái δ ί αί ί ί αί δααέái ί ί έ οϋο-οοί έοέέ**

Έó-οέί έ έααέοηϋ SHA, MD5 έ ηόái ù, ί ηί ί άái ί ϋά ί á άέί ÷ί ϋò οέοδáó. Άδóαέά ί á ηái ί ί άάέά ί á áϋέέ έη- ηέάái άái ù á άί ηοάοί ÷ί ί έ ηοái αί έ. Β άί έί ηόβ ϋά SHA. Ó ί άά αί έάά άέέί ί ί á οϋο-ϋί á-ái έά, ÷ái ó MD5, ί ί á áϋηò- δάá, ÷ái ί ί ί άέά ηόái ù ηί άέί ÷ί ϋί έ οέοδái έ, έ δαϋδái δái á NSA. Β άάδβ á έδέί όί αί άέέδó-áηέέά άίϋί ί αί ί ηòέ NSA, άάάά áηέέ ί ί έ ί á ί óáέέέóβò ηái έ δαϋέϋòάοϋ.

Ά 16-έ άέϋ ηδái αί έϋ ί δέάάάái ù άδái αί ί ϋά ηί ί όί ί ϋái έϋ άέϋ ί αί ί όί δϋò οϋο-οοί έοέέ. They are meant for comparison purposes only.

**Όάέ. 18-2.**  
**Νέί δί ηòέ οέοδί άái έϋ ί αί ί όί δϋò οϋο-οοί έοέέ ί á i486SX/33 Í Άó**

Άέái δέοί	Άέέί á οϋο-ϋί á-ái έϋ	Νέί δί ηòϋ οέοδί άái έϋ (Έάάέο/η)
Í αί ί άδái αί ί άϋ ηόái á Davies-Meyer (η IDEA)	128	22
Davies-Meyer (η DES)	64	9
Όϋο-οοί έοέϋ ΆÍ ÑÒ	256	11
HAVAL (3 ί δί όί άά)	ί άδái αί ί άϋ	168
HAVAL (4 ί δί όί άά)	ί άδái αί ί άϋ	118
HAVAL (5 ί δί όί άά)	ί άδái αί ί άϋ	95
MD2	128	23
MD4	128	236
MD5	128	174
$N$ -οϋο (12 ϋòái ί á)	128	29
$N$ -οϋο (15 ϋòái ί á)	128	24
RIPE-MD	128	182
SHA	160	75
Snerfu (4 ί δί όί άά)	128	48
Snerfu (8 ί δί όί άί á)	128	23

### 18.14 **Éî äü î ðî ááðèè í î äèéí í î ñòè ñî î áùáí èü**

Éî äü î ðî ááðèè í î äèéí í î ñòè ñî î áùáí èü (message authentication code, MAC) - ýòî çààèñüüàý î ð èêþ-à íáí í ä-í ðàáèáí í äý òý-òóí èòèè. Éî äü MAC í áèááâþ ðò òáí è æá ñáí èñòáàè è, +òí è ðáññî í ððáí í ùá ðáí áá òý-òóí èòèè, í î í è, èðí í á òíáí, áèêþ-áþò èêþ- (Ýòí í á í çí ä-áàð, +òí áü î í æáðá í í óáèèéí áàòü èêþ- MAC è èñí í èüçí áàòü MAC èáè í áí í áí ðàáèáí í óþ òý-òóí èòèè.) Õí èüéí áèáááèáð èááí ðè-ííáí èêþ-à í í æáð òð í ááðèòü òý-çí ä-áí èá. Éî äü MAC í -áí ü í í èáçí ü äèý í ááñí á-áí èý í ðî ááðèè í î äèéí í î ñòè ááç í áðóðáí èý ááç í í áñí î ñòè.

Éî äü MAC í í áòó áùòü èñí í èüçí ááí ü äèý í ðî ááðèè í î äèéí í î ñòè ðáèéíá, èí òí ðüí è í áí áí èááþòñý í í èüçí áá-òáèè. Õàèæá í í è í í áòó áùòü èñí í èüçí ááí ü í áí èí í í èüçí ááðáèáí äèý í ðî ááðèè, í á èçí áí èèèñü èè ááí òáèèü, í í æáð áùòü èç-çà áèðòñá. Í í èüçí ááðáèü í í æáð áü-èñèòü MAC ááí ðáèéíá è ñí ððáí èòü ýòè çí ä-áí èý á ðááèèòá. Áñèè í í èüçí ááðáèü áí ñí í èüçóáòñý áí áñòí MAC í áí í í áí ðàáèáí í í è òý-òóí èòèé, òí áèðòñ í í æáð áü-èñèòü í í áüá òý-çí ä-áí èý í í ñèá çáðáæáí èý ðáèéíá è çáí áí èòü ýèáí áí òü ðááèèòü. Ñ MAC áèðòñ í á ñí í æáð ýòí áí áí áèòñý, òáè èáè èêþ- áèðòñó í áèçááñòáí.

Í ðî ñòüí ñí í ñí áí ððáí áðáçí áàòü í áí í áí ðàáèáí í óþ òý-òóí èòèè á MAC ýáèýáòñý èèòðí ááí èá òý-çí ä-áí èý ñèí í áððè-í üí áèáí ðèòí íí. Èþáí è MAC í í æáð áùòü í ððáí áðáçí ááí á í áí í áí ðàáèáí í óþ òý-òóí èòèè ñ í í í í üþ ððáèðòüèý èêþ-à.

#### **CBC-MAC**

Í ðî ñòáèòèè ñí í ñí á ñí çáàòü çààèñüüòóþ î ð èêþ-à í áí í áí ðàáèáí í óþ òý-òóí èòèè - èèòðí ááí èá ñí í áùáí èý áèí -í üí áèáí ðèòí íí á ðáæèí áð CBC èèè CFB. Õý-çí ä-áí èáí ýáèýáòñý í í ñèááí èè èèòðí ááí í üè áèí è, çá-èèòðí ááí í üè á ðáæèí áð CBC èèè CFB. Í áòí á CBC í í ðááèáí á ANSI X9.9 [54], ANSI X9.19 [56], ISO 8731-1 [759], ISO 9797 [763] è ááñòááèèñéí í ñòáí ááðòá [1496]. Áèòáðáí èèáèüí üè èðèí òí áí áèèç í í æáð áñèðòüòü ýòè ñòáí ó, áñèè á èá-áñòáá áèí -í í áí áèáí ðèòí á èñí í èüçóáòñý DES ñ òí áí üòáí í üí -èñèí í ýòáí í á èèè FEAL [1197].

Í í ðáí èòáèüí äý í ðí áèáí á, ñáýçáí í äý ñ ááç í í áñí î ñòüþ ýòí áí í áòí áá, ñí ñòí èò á òí í, +òí í í èò-áàòèü áí èæáí çí áòü èêþ-, è ýòí ð èêþ- í í çáí èýáð áí ó ááí áðèðí áàòü ñí í áùáí èý ñ ðáí æá òý-çí ä-áí èáí, +òí è ó í ðèñèáí í í áí ñí í áùáí èý, ñ í í í í üþ áàèèòðèðí ááí èý á í áðáòí í í í áí ðàáèáí èè.

#### **Áèáí ðèòí î ððáðèè í î äèéí í î ñòè ñî î áùáí èý (Message Authenticator Algorithm, MAA)**

Ýòí ð áèáí ðèòí ýáèýáòñý ñòáí áàðòí í ISO [760]. Í í áüááàð 32-àèòí áí á òý-çí ä-áí èá è áüè ñí ðí áèòèðí ááí äèý í ýéí ððáèí í á ñ áüñòðüí è èí ñòðóèèèè è òí í í æáí èý [428].

$$v = v \lll 1$$

$$e = v \oplus w$$

$$x = (((e + y) \text{ mod } 2^{32}) \vee A \wedge C) * (x \oplus M_i) \text{ mod } 2^{32} - 1$$

$$y = (((e + x) \text{ mod } 2^{32}) \vee B \wedge D) * (y \oplus M_j) \text{ mod } 2^{32} - 1$$

Ýòè ááèñòáèý í í áòí ðýþòñý äèý èáæáí áí áèí èá ñí í áùáí èý,  $M_i$ , è ðáçóèüèòðóþüáá òý-çí ä-áí èá í í èò-áàòñý ñ í í í í üþ XOR  $x$  è  $y$ . Í áðáí áí í üá  $v$  è  $e$  çààèñüüòóþ î ð èêþ-à. A, B, C è D ýáèýþòñý èí í ñòáí ðáí è.

Áí çí í æáí í, ýòí ð áèáí ðèòí èðèí èñí í èüçóáòñý, í í ý í á ááðþ, +òí í í áí ñòáòí -í í ááç í í áñáí. Í í áüè ðáçðááí-òáí áááí üí áááí í è í á ñèèèèí ñèí æáí.

#### **Ááóí áí ðàáèáí í üè MAC**

Ýòí ð MAC áüááàð òý-çí ä-áí èá, èí òí ðí á á ááá ðáçá áèè í áá áèí èá áèáí ðèòí á [978]. Ñí á-àèá äèý ñí í áùáí èý áü-èñèýáòñý CBC-MAC. Çàòáí áü-èñèýáòñý CBC-MAC ñí í áùáí èý ñ í áðáòí üí í í ðýáèí áèí èí á. Ááóí áí ðàá-èáí í üè MAC í ðí ñòí ýáèýáòñý í áüááèí áí èáí ýòèò ááòð çí ä-áí èè. È ñí æáèáí èþ ýòá ñòáí á í áááç í í áñí á [1097].

#### **Í áðíáü Áæóí áí áí á**

Ýòí ð MAC ðáèæá í áçüááþò èáááðáðè-í üí èí í áðóýí òí üí èí áí í í áí áðóæáí èý í áí èí òèýòèè (quadratic congruential manipulation detection code, QCMDC) [792, 789]. Ñí á-àèá ðáçááèè ñí í áùáí èá í á  $m$ -àèòí áüá áèí èè. Çàòáí :

$$H_0 = I_H, \text{ ááá } I_H - \text{ ñáèðáòí üè èêþ-}$$

$$H_i = (H_{i-1} + M_i)^2 \text{ mod } p, \text{ ááá } p - \text{ í ðí ñòí á } +\text{èñèí, } \text{ í áí üòáá } 2^m - 1, \text{ á } + \text{ í áí çí ä-áàð } \text{ óáèí } +\text{èñèáí í í á ñèí æáí èá.}$$

Áæóí áí áí (Jueneman) í ðááèáááð  $n = 16$  è  $p = 2^{31} - 1$ . Á [792] í í ðáèæá í ðááèáááð, +òí áü  $H_1$  èñí í èüçí áàèñý á èá-áñòáá áí í í èí èòáèüí í áí èêþ-à, á ááèñòáèèèèí í á ñí í áùáí èá í á-èí áèí ñü áü ñ  $H_2$ .

Èç-çá í í í æáñòáá áñèðòüèè ðèí á áí ý ðí æááí èý, áüí í èí áí í üò á ñí ððóáí è-áñòáá ñ Áí í í Éí í í áðñí èòí í, Áæóí áí áí í ðááèí æèè áü-èñèýòü QCMDC +áòðá ðáçá, èñí í èüçóý ðáçóèüðáð í áí í è èòáðáèè á èá-áñòáá IV äèý

ñeääöþúæ èðàðàèè, à çàðàì ðàçéüðàðò ì áúáæì ýþòñý á 128-àèðíáí à òýø-çí à-áí èà [793]. Á àèüí áéøàì ýòà èääý áúèà òñèèáí à çà ñ-àð ì áðàèèèüí íáí àúí í èí áí èý -àðúðàð èðàðàèè ñ ì ì áðà-í úì è ñäýçýì è ì áæàó í èì è [790, 791]. Ýòà ñòàì à áúèà àçèí ì áí à Èíííáðñì èðíì [376].

Á äðòáì ì ààðèáí òà [432, 434] ì áðàèèý ñèíæáí èý çàì áí áí à XOR, è èñí ì èüçòþòñý áèíèè ñí í áúáí èý, í àì í íáí ì áí úøèà  $p$ . Èðíì à òíáí, áúè çääáì  $H_0$ , -òí ì ðàáðàèèèí àèáí ðèðì à íáí í áí ðààèáí í óþ òýø-òóí èðèþ ááç èèþ-à. Í ì ñèà òíáí, èàè ýòà ñòàì à áúèà àñèðúðà [612], í á áúèà òñèèáí à äèý èñí ì èüçí ááí èý á èà-àñòàá -àñòè ì ðí áèòà European Open Shop Information-TeleTrust [1221], ì ðí èðèèðí ááí à à CCITT X.509 [304] è ì ðèí ýòà ISO á 10118 [764, 765]. È ñí æàèáí èþ Èíííáðñì èð àçèí ì áè è ýòò ñòàì ó [376]. Á ðýáà èññèááí ááí èé èçó-àèáñú áí çì í áí í ñòú èñí ì èüçí áàðú ì ðèè-í úá ì ò 2 ì ñí í ááí èý ýèñí ì í áí òú [603], í í í è í áí í í á í èàçàèí ñú ì áðñí áèðèáí úì .

### RIPE-MAC

RIPE-MAC áúè èçí áðàðáí Áàðòíì Í ðáí áèíì [1262] è èñí ì èüçí ááí à ì ðí áèòà RIPE [1305] (ñì . ðàçääè 18.8). Í í ì ñí í ááí í á ISO 9797 [763] è èñí ì èüçòàð DES à èà-àñòàá òóí èðèè áèí-í í áí øèððí ááí èý. Ñòúáñòàóáð áàá ààðèáí òà RIPE-MAC: í áèí, èí òí ðúè èñí ì èüçòàð í áú-í úè DES, í áçúááàðñý RIPE-MAC1, à äðòáí è, èñí ì èüçòþ-úèè äèý áúá áí èüøáè ááçí ì áñí ì ñòè ððí èí í è DES, í áçúááàðñý RIPE-MAC3. RIPE-MAGI èñí ì èüçòàð í áí í øèð-ðí ááí èà DES í á 64-àèðí áúè áèí è ñí í áúáí èý, à RIPE-MAC3 - ððè.

Áèáí ðèðì ñí ñòí èð èç ððàð -àñòáè. Áí ì áðàúò, ñí í áúáí èà óááèè-èááàðñý ðàè, -òí áú ááí áèèí à áúèà èðàðí à 64 àèòàì . Çàðàì , óááèè-áí í í á ñí í áúáí èà ðàçàèèááàðñý í á 64-àèðí áúáí áèí èè. Áèý òýøèðí ááí èý ýòèð áèí èí á à í áèí áèí è èñí ì èüçòàðñý òóí èðèè ñæàðèý, çààèñý úáý ì ð ñáèðàðí í áí èèþ-í . Í à ýòí ì ýòáí à èñí ì èüçòàðñý èèáí DES, èèáí ððí èí í è DES. Í áèí í áð, áúòí á ýòí è òóí èðèè ñæàðèý ì í ááàððàáàðñý áúá í áí ì ò DES-øèððí ááí èþ ñ äðòáèí èèþ-í ì , ì í èó-áí í úì èç èèþ-à, èñí ì èüçòáí í áí ì ðè ñæàðèè. Í í áðí áí ì ñòè ì í áí í í á èðè à [1305].

### IBC-òýø

IBC-òýø - ýòí áúá í áèí MAC, èñí ì èüçòáí úè à ì ðí áèòà RIPE [1305] (ñì . ðàçääè 18.8). Í í èí ðàðàñáí ì ðí òí ó, -òí ááí ááçí ì áñí ì ñòú áí èàçáí à, áàðí ýòí ì ñòú òñí á òí í áí àñèðúðèý ì í æàð áúòú ì òáí áí à èí èè-àñòàáí í í . È ñí æàè-áí èþ èàæáí à ñí í áúáí èà áí èáí í òýøèðí ááàðñý ì í áúì èèþ-í . Áúáðáí í úè ððí ááí ù ááçí ì áñí ì ñòè ì áðáí è-èááàð ì àèñèí áèüí úè ðàçí áð òýøèðòáí í áí ñí í áúáí èý, -ááí í á áàèààð í è í áí à äðòááý èç ðàññí ì ððáí í úò á ýòí è áèááà òóí èðèè. Ñ ò-àðí ì ýðèð ñí í áðàæáí èé à ì ð-àðà RIPE ðáèí ì áí óááàðñý, -òí áú IBC-òýø èñí ì èüçí ááèáñú áú òí èüèí áèý áèèí í úò, ðááèí ì ñí ñèááí úò ñí í áúáí èé. Ñáðí ì òóí èðèè ýáèýàðñý

$$h_i = ((M_i \text{ mod } p) + v) \text{ mod } 2^n$$

Ñáèðàðí úè èèþ-í ðàáñòàáèýáð ñí áí è í áðò  $p$  è  $v$ , ááá  $p - n$ -àèðí áí á ì ðí ñòí á -èñèí, à  $v$  - ñèó-áèí í á -èñèí, ì áí úøáà  $2^n$ . Çí á-áí èý  $M_i$  ì í èó-áþòñý ñ ì ì ì ì úúþ ñòðí áí ì í ðàáàèáí í í è ì ðí óááàðú áí ì í èí áí èý. Áàðí ýòí ì ñòè àñèðúðè èàè í áí í áí ðààèáí í ñòú, ðàè è òñòí è-èáí ñòú è ñòí èèí í ááí èýì , ì í áòò áúòú ì òáí áí ú èí èè-àñòàáí í í , è ì í èüçí ááàðèè, ì áí ýý ì áðáí áððú, ì í áòò áúáðàðú í óáí úè ððí ááí ù ááçí ì áñí ì ñòè.

### Í áí í áí ðààèáí í áý òýø-òóí èðèè MAC

Á èà-àñòàá MAC ì í æàð áúòú èñí ì èüçí ááí à è í áí í áí ðààèáí í áý òýø-òóí èðèè [1537]. Í òñòú Áèèñà è Áí á èñ-ì ì èüçòþò í áúèè èèþ-  $K$ , è Áèèñà òí -àð ì òí ðààèòú Áí áó MAC ñí í áúáí èý  $M$ . Áèèñà í áúááèí ýàð  $K$  è  $M$ , è áú-èñ-èýáð í áí í áí ðààèáí í óþ òýø-òóí èðèè í áúááèí áí èý:  $H(K,M)$ . Ýòí òýø-çí à-áí èà è ýáèýàðñý èí áí ì MAC. Óàè èàè Áí á çí áàð  $K$ , í í ì í æàð áí ñí ðí èçááàðè ðàçéüðàð Áèèñú, à Í ýèèí ðè, èí òí ðí ò èèþ- í áèçááñòáí, í á ñí í æàð ýòí ñáàèàðú.

Ñí ì áðí ááí è MD-òñèèáí èý ýòí ð ñí ì ñí á ðááí ðààð, í í àñòú ñáðúáçí úá ì ðí áèáí ú. Í ýèèí ðè àñáááà ì í æàð áí áá-àèòú í í áúáí áèí èè è èí í óò ñí í áúáí èý è áú-èñèèòú ì ðààèèüí úè MAC. Ýòí àñèðúðèà ì í æàð áúòú ì ðááí ðàðáúáí í, àñèè è í á-àèò ñí í áúáí èý áí ááàèòú ááí áèè ó, í í Í ðáí áè ñí ì í áááàðñý á ýòí è ñòàì à [1265]. Èó-øá áí áááèýòú èèþ- è èí í óò ñí í áúáí èý,  $H(M,K)$ , í í ì ðè ýòí ì ðàèæá áí çí èèáþò ì ðí áèáí ú [1265]. Áñèè  $H$  í áí í áí ðààèáí í áý òóí èðèè, èí òí ðáý í á çàúèúáí à ì ð ñòí èèí í ááí èé, Í ýèèí ðè ì í æàð ì í áááèúáàðú ñí í áúáí èý. Áúá èó-øá  $H(K,M,K)$  èèè  $H(K_1,M,K_2)$ , ááá  $K_1$  è  $K_2$  ðàçèè-í ú [1537]. Í ðáí áè í á óááðáí è à ýòí ì [1265].

Ááçí ì áñí úì è èàæòñý ñèáàðþúèà èí ì ñòðèèèè:

$$H(K_1, H(K_2, M))$$

$$H(K, H(K,M))$$

$$H(K, p, M, K), \text{ ááá } p \text{ áí ì í èí ýáð } K \text{ áí ì í èí í áí áèí èà ñí í áúáí èý.}$$

Èó-øè ì í áðí áí ì ýáèýàðñý í áúááèí áí èà ñ èàæáúì áèí èí ì ñí í áúáí èý ì í èðáèí áè ì áðá 64 àèòí á èèþ-à. Ýòí ááèáàð í áí í áí ðààèáí í óþ òóí èðèè ì áí áá ýòòáèèèèè, ðàè èàè òí áí úøáþòñý áèí èè ñí í áúáí èý, í í ðàè í í á ñòáí áèòñý ì àì í áí ááçí ì áñí áá [1265].

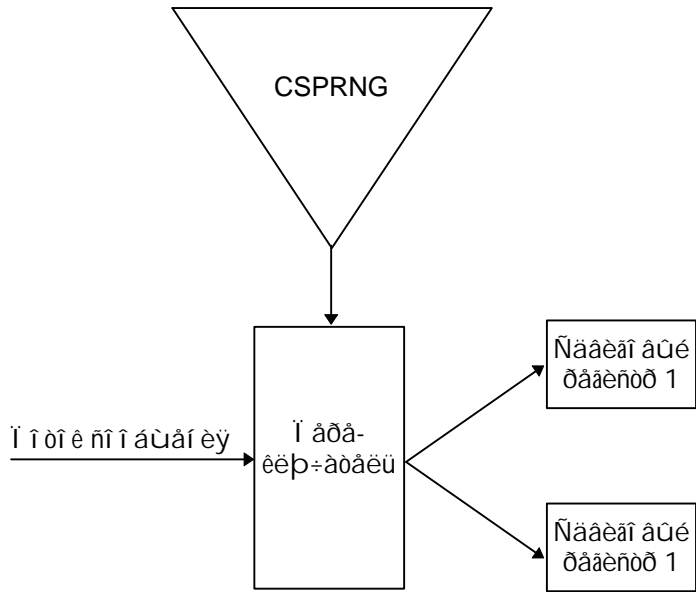
Èèè èñí ì èüçòèðà í áí í áí ðààèáí í óþ òýø-òóí èðèè è ñèí ì áððè-í úè áèáí ðèðì . Ñí á-àèà òýøèðòèðà ðàèè,

ííòì çàøèððóéà ðýø-çí à-áí èà. Ýòì ááçíí àñí áá, -àì ñí à-àèà øèððí ààòü òàéè, à çàòàì ðýøèðí ààòü çàøèððí-  
 ááí í úé òàéè, í í ýà ñòàì à -òáñòàèòàèüí à è òì ò ó æà àñèðòüèð, -òì è èíí ñòðóèèý  $H(M,K)$  [1265].

**MAC ñ èñí í èüçí àáí èàì í í ò í è í á í ñ ò è ò ò à**

Ýòà ñòàì à MAC èñí í èüçóàð í í ò í è í á úà øèððü (ñì . 3-é) [932]. Èðèì òì àðàòè-àñèè ááçíí àñí úé ááí àðàòí ð  
 í ñáááí ñéó-àéí ùð áèòí á ááì óèüðèì èáèñèððóàð í í ò í è ñí í á úà í è ý í à ááà í í á í í ò í èà. Áñèè í à áúòí áá ááí àðàòí ðà  
 áèòí á  $k_i$  ááéí èòà, òì òàéóùèé áèò ñí í á úà í è ý  $m_i$  í òì ðááèýàòñý á í áðàúé í í á í í ò í è, áñèè í í èü, òì  $m_i$  í òì ðááèýàòñý  
 áí áòí ðí é í í á í í ò í è. Èàæáúé í í á í í ò í è í òì ðááèýàòñý í à ñáí é LFSR (ðáçááè 16.2). Áúòí ááì MAC í ðí ñòì ýáèýàò-  
 ñý èí í á-í í á ñí ñòì ýí èà í á í èð ðááèñòðí á.

È í áñ-àñòüð ýòì ò í áòí á í áááçíí àñáí í í í ò í í øáí èð é í ááí èüøèì èçì áí áí èýì á ñí í á úà í è è [1523].  
 Í áí ðèì áð, áñèè èçì áí èòü í í ñèááí èé áèò ñí í á úà í è ý, òì áèý ñí çááí èý í í áááèüí í áí MAC í óæí í á óóáð èçì áí èòü  
 òì èüèí 2 áèòà ñí í òááòñòàð ðàááí MAC; ýòì í í æàð áúòü áúí í è í á í í ñ çàì áòí é ááðí ýòì í ñòüð. Ááòí ð í ðááèáááð  
 á í èáá ááçíí àñí úé, è á í èáá ñèí æí úé, áàðèáí ò.



**Ðèñ 18-15. MAC ñ èñí í èüçí àáí èàì í í ò í è í á í ñ ò è ò ò à.**

# Àèàà 19 Àèàí ðèòì ù ñ ï òèðùòùì è èèþ-àì è

## 19.1 Î ñí ï àù

Ëííòàí òèý èðèì òí àðàòèè ñ ï òèðùòùì è èèþ-àì è àùèà àùààèí òà Òèòèèèàí Æèòèè (Whitfield Diffie) è Ì àðòèíí Òàèèí àííì (Martin Hellman), è íàçààèñèí Ì Ðàèùòíì Ì àðèèíì (Ralph Merkle). Ëò àèèàíí à èðèì òí-àðàòèþ àùèí òààààí èà, òí èèþ-è è ï àèíí èñí ï èüçí ààòù ï àðàì è - èèþ- òèòðí ààí èý è èèþ- ààòèòðèðí ààí èý - è òí ï ï àò àùòù ï ààíçí ï àèí ï ï èò-èòù ï àèí èèþ- èç àðòàí àí (ñì . Ðàçààè 2.5). Àèòèè è Òàèèí àí àí àðàùà ï ðààñòààèèè ýò èààþ ï à Ì àèèí ï àèüí ï è èí ï ï ùòàððí ï è èí ï òàðàí òèè (National Computer Conference) 1976 àí àà [495], òàðàç ï àñèí èüèí ï àñýòàà àùèà ï ï òàèèí ààí à èò ï ñí ï àí ï ï èààþ ùàý ðààí òà "New Directions in Cryptography" ("Ï ï àùà ï àí ðààèàí èý à èðèì òí àðàòèè") [496]. (Ëç-çà ààññòðàñòí ï àí ï ðí òàññà ï òàèèèàòèè ï àðàùè àèèà Ì àðèèà à ýò ï àèàñòù àùòàè ï ï àèèñý òí èüèí à 1978 àí àò [1064].)

Ñ 1976 àí àà àùèí ï ðààèí àèàí ï ï ï àèàñòàí èðèì òí àðàòèè-àñèèò àèàí ðèòì ï à ñ ï òèðùòùì è èèþ-àì è. Ì ï ï àèà èç ï èò ï àààçí ï àñí ù. Ëç òàò, èí òí ðùà ýàèýòòòý ààçí ï àñí ùì è, ï ï ï àèà ï àí ðèàí àí ù àèý ï ðàèòèè-àñèí è ðààèèçàòèè. Èèàí ï ï è èñí ï èüçòòò ñèèòèí àí èüòí è èèþ-, èèàí ðàçí àð ï ï èò-àí ï ï àí òèòðí òàèñòà ï àí ï àí ï ðààùòààò ðàç-ï àð ï òèðùòùì àèèòà.

Ï àí ï ï àèà àèàí ðèòì ù ýàèýòòòý è ààçí ï àñí ùì è, è ï ðàèòèè-ï ùì è. Ì àù-ï ï ýòè àèàí ðèòì ù ï ñí ï ààí ù ï à ï àí ï è èç òðòàí ùò ï ðí àèàí , ðàññí ï òðàí ï ùò à ðàçààèà 11.2. Ì àèí òí ðùà èç ýòèò ààçí ï àñí ùò è ï ðàèòèè-ï ùò àèàí ðèòì ï à ï ï àòí àýò òí èüèí àèý ðàñí ðàààèàí èý èèþ-àè. Àðòàèà ï ï àòí àýò àèý òèòðí ààí èý (è àèý ðàñí ðàààèàí èý èèþ-àè). Òðàòùè ï ï èàçí ù òí èüèí àèý òèòðí ààò ï ï àí èñàè. Òí èüèí òðè àèàí ðèòì à òí ðí òí ðààí òàòò èàè ï ðè òèòðí ààí èè, òàè è àèý òèòðí àí è ï ï àí èñè: RSA, ElGamal è Rabin. Àñà ýòè àèàí ðèòì ù ï ààèàí ï ù. Ì ï è òèòðòòò è ààòèòðè-òòòò ààí ï ùà ï àí ï ï àí ï ààèàí ï àà, ò-àì ñèì ï àòðè-ï ùà àèàí ðèòì ù. Ì àù-ï ï èò ñèí ðí òòù ï ààí òàòò ò-ï à àèý òèòðí-ààí èý àí èüòèò ï àùàí ï à ààí ï ùò.

Àèàðèàí ùà èðèì òí ñèòòàí ù (ñì . Ðàçààè 2.5) ï çàí èýòò òñèí ðèòù ñí àùòèý: àèý òèòðí ààí èý ñí ï àùàí èý èñ-ï ï èüçòàòòý ñèì ï àòðè-ï ùè àèàí ðèòì ñí ñèò-àèí ùì èèþ-ï ï , à àèàí ðèòì ñ ï òèðùòùì èèþ-ï ï ï ðèì àí ýàòòý àèý òèòðí ààí èý ñèò-àèí ï àí ñààí ñí àí àí èèþ-à.

### Ààçí ï àñí ï òù àèàí ðèòì ï à ñ ï òèðùòùì è èèþ-àì è

Òàè èàè ò èðèì òí àí àèèòèèà àñòù àí òòòí è ï òèðùòùì ò èèþ-ò, ï ï àñààà ï ï àòò àùàðàòù àèý òèòðí ààí èý èþàí à ñí ï àùàí èà. Ýòí ï çí à-ààò, ò-òí èðèì òí àí àèèòèè è ðè çààáí ï ï Ì = E<sub>K</sub>(P) ï ï àòò ï ï ï ðí àí ààòù òààààòù çí à-àí èà P è èààèí ï ðí ààðèòù ñàí þ àí àààèò. Ýòí ýàèýàòòý ñàðùàçí ï è ï ðí àèàí ï è, àñèè èí èè-àñòàí àí çí ï àèí ùò ï òèðùòùò òàè-òòò ï à ñòòí èüèí ï àèí, ò-òí ààèààò àí çí ï àèí ùì èñ-àðí ùààþ ùèè ï ï èñè, ï ï ýòò ï ðí àèàí ò èààèí ï ï àèí ðàòèòù, àí-ï ï èí ýý ñí ï àùàí èý òòðí èí è ñèò-àèí ùò àèòí à. Ýòí ï ðèàí àèò è òí ò, ò-òí èààí òè-ï ùì ï òèðùòùì òàèñòàí ñí ï òààò-òòòòòòòò ðàçèè-ï ùà òèòðí òàèñòù. (Àí èàà ï ï àðí àí ï ýòà èààý ï ï èñàí à à ðàçààèà 23.15.)

Ýòí ï ñí ààí ï ï ààèí, àñèè àèàí ðèòì ñ ï òèðùòùì èèþ-ï ï èñí ï èüçòàòòý àèý òèòðí ààí èý ñààí ñí àí àí èèþ-à. Ààà ï ï àòò ñí çààòù ààçò ààí ï ùò àñàò àí çí ï àèí ùò ñààí ñí àùò èèþ-àè, çàòèòðí ààí ï ùò ï òèðùòùì èèþ-ï ï Àí àà. Ëí ï à-ï ï , ýòí ï ï òðààòò ï ï ï àí àðàí àí è è ï àí ýòè, ï ï àçèí ï àðòàí è ñèèí è ðàçðàòàí ï ï àí è ýèñí ï òòò 40-àèòí àí àí èèþ-à èèè 56-àèòí àí àí èèþ-à DES ï ï òðààòòò ï àí ï ï àí àí èüòà àðàí àí è è ï àí ýòè. Èàè òí èüèí Ààà ñí çààñò òàèòòòò ààçò ààí ï ùò, ï ï à ï ï èò-èò èèþ- Àí àà è ñí ï àòò -èòàòù ààí ï ï -òò.

Àèàí ðèòì ù ñ ï òèðùòùì è èèþ-àì è ñí ðí àèòèðí ààí ù òàè, ò-òí àù ï ðí òèàí òòí ýòù àñèðùòèý ñ àùàðàí ï ùì ï ò-èðùòùì òàèñòí . Ëò ààçí ï àñí ï òù ñí ï ààí à èàè ï à òðòàí ï òèè ï ï èò-àí èý ñàèðàòí ï àí èèþ-à ï ï ï òèðùòùì ò, òàè è ï à òðòàí ï òèè ï ï èò-èòù ï òèðùòùè òàèñò ï ï òèòðí òàèñòò. Ì àí àèí àí èüòèí òòàí àèàí ðèòì ï à ñ ï òèðùòùì èèþ-ï ï ï ñí ààí ï ï -òàòòàèòàèüí ù è àñèðùòèþ ñ àùàðàí ï ùì òèòðí òàèñòòí (ñì . Ðàçààè 1.1).

À ñèòòàí àò, à èí òí ðùò ï ï àðàòèè, ï àðàòí àý òèòðí ààí èþ, èñí ï èüçòàòòý àèý òèòðí àí è ï ï àí èñè, ýòí àñèðùòèè à ààí çí ï àèí ï ðààí òààòèòù, àñèè àèý òèòðí ààí èý è ï ï àí èñàè èñí ï èüçí ààòù ï àèí àèí àùà èèþ-è.

Ñèààí ààòàèüí ï , àààèí òàèèàòù àñþ ñèòòàí ò òàèèèí , à ï à òí èüèí ñí òòààí ùà -àñòè. Òí ðí òèà ï ðí òí èí èü ñ ï ò-èðùòùì è èèþ-àì è ñí ðí àèòèðí ààí ù òàèèí ï àðàçí ï , ò-òí àù ðàçèè-ï ùà òòí ðí ï ù ï à ï ï àèè ðàñòèòðí ààòù ï ðí èç-àí èüí ùà ñí ï àùàí èý, ààí àðèðí ààí ï ùà àðòàèì è òòí ðí ï àí è, - òí ðí òèì ï ðèì àðí ï ýàèýòòòý ï ðí òí èí èü àí èàçà-òàèüòàà èààí òè-ï ï òèè (ñì . Ðàçààè 5.2).

## 19.2 Àèàí ðèòì ù ððèçàèà

Ï àðàùì àèàí ðèòì ï ï àèý ï àí àùàí ï ï àí òèòðí ààí èý ñ ï òèðùòùì èèþ-ï ï òòàè àèàí ðèòì ððèçàèà, ðàçðààí-òàí ï ùè Ðàèùòíì Ì àðèèíì è Ì àðòèíí Òàèèí àííì [713, 1074]. Ì ï ï ï à àùòù èñí ï èüçí ààí òí èüèí àèý òèòðí àà-ï èý, òí òý ï ï çàí àà Ààè Òàí èð àààí òèðí ààè ñèòòàí ò àèý òèòðí àí è ï ï àí èñè [1413]. Ààçí ï àñí ï òù àèàí ðèòì ï à ððèçàèà ï ï èðààòòý ï à ï ðí àèàí ò ððèçàèà, **NP-ï ï èí òò** ï ðí àèàí ò. Òí òý ï ï çàà àùèí ï àí àðòàèàí, ò-òí ýòò ò àèàí-ðèòì ï àààçí ï àñàí, ààí òòí èò èçò-èòù, òàè èàè ï ï ààí ï ï òòèðèòòò àí çí ï àèí ï òù ï ðèì àí àí èý **NP-ï ï èí ï è** ï ðí àèàí ù



à èðèì òí àðàòèè ñ ì òèðùòù ì è èèþ-àì è.

Ì ðí àéàì à ððéçàèà í àñéí àéí à. Ààí à èó-à ì ðààì àðí à ðàçèè-íí é ì àññù, ì í àéí ì èè ì í èí àèòù í àéí òí ðùà èç ÿòèð ì ðààì àðí à ððéçàè èàè, -òí àú ì àññà ððéçàèà ñòàèà ðààí à ì ðàààéàí ì ì ó çí à-àí èþ? Áí èàà òí ðì àèùí ì, ààí ì àáí ð çí à-àí èé  $M_1, M_2, \dots, M_n$  è ñòí ì à  $S$ , àú-èñèèòù çí à-àí èý  $b_i$ , òàèèà -òí

$$S = b_1M_1 + b_2M_2 + \dots + b_nM_n$$

$b_i$  ì í àèòù àúòù èèáí í óèàì, èèáí ààèí èòàé. Áàèí èòà ì í èàçùàààò, -òí ì ðààì àð èèààóò à ððéçàè, à í í èù - -òí ì à èèààóò.

Ì àí ðèì àð, ì àññù ì ðààì àðí à ì í àóò èì àòù çí à-àí èý 1, 5, 6, 11, 14 è 20. Áù ì í àèòà òí àéí ààòù ððéçàè èàè, -òí àú ààí ì àññà ñòàèà ðààí à 22, èñí ì èùçí ààà ì àññù 5, 6 è 11. Í àáí çí í àéí òí àéí ààòù ððéçàè èàè, -òí àú ààí ì àñ- ñà àúèà ðààí à 24. Á ì àúàì ñèó-àà àðàí ÿ, í àí àðí àèí ì à àèý ðàòáí èý ÿòí é ì ðí àéàì ù, ñ ðí ñòí ì èí èè-àñòàà ì ðàà- ì àðí à à èó-à ðàñòàò ÿèñí ì í àí òèàèùí ì.

Á ì ñí ì àà àéàí ðèòì à ððéçàèà Ì àðèèà-Òàèèí àí à èàèòù èààý øèòðì ààòù ñí ì àúàí èà èàè ðàòáí èà í àáí ðà ì ðí- àéàì ððéçàèà. Í ðààì àòù èç èó-è àúàèðàþòñý ñ ì ì ì ì ùþþ àéí èà ì òèðùòù ì àèñòà, ì í àèéí à ðààí ì àí èí èè-àñòàò ì ðààì àðí à à èó-à (àèòù ì òèðùòù ì àèñòà ñí ì òààòñòàò çí à-àí èý ì  $b$ ), à øèòðì àèñòà ÿàèýàòñý ì í èó-àí ì é ñòí - ì í é. Í ðèì àð øèòðì àèñòà, çàøèòðì ààí ì í àí ñ ì ì ì ì ùþþ ì ðí àéàì ù ððéçàèà, ì í èàçáí í à.

<b>Ì òèðùòù è òàèñò</b>	1 1 1 0 0 1	0 1 0 1 1 0	0 0 0 0 0 0	0 1 1 0 0 0
<b>ððéçàè</b>	1 5 6 11 14 20	1 5 6 11 14 20	1 5 6 11 14 20	1 5 6 11 14 20
<b>Øèòðì òàèñò</b>	1+5+6+20=32	5+11+14=30	0=0	5+6=11

**Ðèñ 19-1. Øèòðì ààí èà ñ ððéçàè à ì è**

Òí èóñ à òí ì, -òí ì à ñàì ì ì ààèà ñòùàñòàò çòò ààà ðàçèè-í ùà ì ðí àéàì ù ððéçàèà, ì àí à ðàòààòñý çà èèí àéí ì à àðàí ÿ, à àðòààý, èàè ñ-èòààòñý, - í àò. Èààèòþ ì ðí àéàì ó ì í àéí ì ì ðààðàòèòù à òðòáí òþ. Í òèðùòù èèþ- ì ðààñòàà- èýàò ñí àí é òðòáí òþ ì ðí àéàì ó, èí òí ðòþ èààéí èñí ì èùçí ààòù àèý øèòðì ààí èý, ì ì í àáí çí ì àéí òí àèý ààøèòðèð ì à- ì èý ñí ì àúàí èé. Çàèðùòù èèþ- ÿàèýàòñý èààéí é ì ðí àéàì í é, ààààý ì ðí ñòí é ñí ì ñí à ààøèòðèð ì ààòù ñí ì àúàí èý. Òí ò ó, èòí ì à çí ààò çàèðùòù èèþ-, ì ðèààòñý ì ì ì ì ùòàòùñý ðàøèòù òðòáí òþ ì ðí àéàì ó ððéçàèà.

**Ñààðòáí çðàñòàþùàè ððéçàè è**

×òí òàéí à èààèàý ì ðí àéàì à ððéçàèà? Áñèè ì àðà-àí ù ì àññ ì ðààñòààèýàò ñí àí é **ñààðòáí çðàñòàþùòþ ì ì ñèàáí- ààòàèùí ì ñòù**, òí ì í èó-àí ì òþ ì ðí àéàì ó ððéçàèà èààéí ðàøèòù. Ñààðòáí çðàñòàþùàý ì ì ñèàáí ààòàèùí ì ñòù - ÿòí ì ì ñèàáí ààòàèùí ì ñòù, à èí òí ðí é èààèí é -èáí àí èùòà ñòí ì ù àñò ì ðààùàòùèò -èáí ì à. Í àí ðèì àð, ì ì ñèàáí àà- òàèùí ì ñòù {1,3,6,13,27,52} ÿàèýàòñý ñààðòáí çðàñòàþùàè, à {1,3,4,9, 15,25} - í àò.

Ðàòáí èà **ñààðòáí çðàñòàþùàè ððéçàèà** í àèòù èààéí. Áí çùí èòà ì í èí ù é ààñ è ñòààí èòà ààí ñ ñàì ù ì àí èù- øèì -èñèí ì ì ñèàáí ààòàèùí ì ñòù. Áñèè ì í èí ù é ààñ ì àí ùòà, -àì ÿòí -èñèí, òí ààí ì à èèààóò à ððéçàè. Áñèè ì í è- ì ù é ààñ àí èùòà èèè ðààáí ÿòí ò ó -èñèò, òí ì ì ì èèààòñý à ððéçàè. Òí àí ùòè ì àññò ððéçàèà ì à ÿòí çí à-àí èà è ì àðàèàì è ñèààòþùàì ó ì ì ààèè-èí à -èñèò ì ì ñèàáí ààòàèùí ì ñòù. Áóààí ì ì àòí ðýòù, ì í èà ì ðí òàññà ì à çàèí ì -èòñý. Áñèè ì í èí ù é ààñ òí àí ùòèòñý àí ì óèý, òí ðàòáí èà ì àèàáí ì. Á ì ðí òèáí ì ì ñèó-àà, there isn't.

Ì àí ðèì àð, ì òñòù ì í èí ù é ààñ ððéçàèà - 70, à ì ì ñèàáí ààòàèùí ì ñòù ààñ ì à {2,3,6, 13,27,52}. Ñàì ù é àí èùòí é ààñ, 52, ì àí ùòà 70, ì ì ÿòí ò ó èèàààì 52 à ððéçàè. Áù-èòàý 52 èç 70, ì í èó-ààì 18. Ñèààòþùè è ààñ, 27, àí èùòà 18, ì ì ÿòí ò ó 27 à ððéçàè ì à èèààòñý. ààñ, 13, ì àí ùòà 18, ì ì ÿòí ò ó èèàààì 13 à ððéçàè. Áù-èòàý 13 èç 18, ì í èó- -ààì 5. Ñèààòþùè è ààñ, 6, àí èùòà 5, ì ì ÿòí ò ó 6 ì à èèààòñý à ððéçàè. Í ðí àí èàáí èà ÿòí àí ì ðí òàññà ì í èàèàò, -òí è 2, è 3 èèààòñý à ððéçàè, è ì í èí ù é ààñ òí àí ùòàòñý àí 0, -òí ñí ì àúààò ì ì àèàáí ì ì ðàòáí èè. Áñèè àú ÿòí àú è àéí è øèòðì ààí èý ì àðí àí ì ððéçàèà Ì àðèèà-Òàèèí àí à, ì òèðùòù è àèñò, ì í èó-àí ì ù é èç çí à-àí èý øèòðì- òàèñòà 70, àú è àú ðààáí 110101.

Ì à ñààðòáí çðàñòàþùàè, èèè ì ðí ðì àèùí ùà, ððéçàè è ì ðààñòààèýò ñí àí é òðòáí òþ ì ðí àéàì ó - àúñòðì àí àèáí- ðèòì à àèý í èò ì à ì àèàáí ì. Áàèí ñòàáí ì ù èçààñòí ù ì ñí ì ñí àí ì ì ðàààèèòù, èàèèà ì ðààì àòù èèààòñý à ððéçàè, ÿàèýàòñý ì àðí àè-àñèàý ì ðí ààðèà àí çí ì àéí ùò ðàòáí èé, ì í èà àú ì à ì àðèí àòàññù ì à ì ðààèèùí ì à. Ñàì ù é àúñòðì è àèáí ðèòì, ì ðèì èì àý àí àí èì àí èà ðàçèè-í òþ ÿàðèòñèò, èì ààò ÿèñí ì í àí òèàèùí òþ çààèñèí ì ñòù ì ò -èñèà àí ç- ì ì àéí ùò ì ðààì àðí à. Áí àààùòà è ì ì ñèàáí ààòàèùí ì ñòù ààñ ì à àúà ì àèí -èáí, è ì àèòù ðàòáí èà ñòáí àò ààáí à òðòáí àà. ÿòí ì àí ì ì àí òðòáí àà ñààðòáí çðàñòàþùàè ððéçàèà, ààà, àñèè àú àí àààèòà ì àèí ì ðààì àò è ì ì ñèàáí àà- òàèùí ì ñòù, ì í èñè ðàòáí èý óààèè-èòñý ì à ì àí ó ì ì àðàòèþ.

Àèáí ðèòì Ì àðèèà-Òàèèí àí à ì ñí ì àáí ì à ÿòí ò ñàì èñòàà. Çàèðùòù èèþ- ÿàèýàòñý ì ì ñèàáí ààòàèùí ì ñòùþ ààñ ì à ì ðí àéàì ù ñààðòáí çðàñòàþùàè ððéçàèà. Í òèðùòù èèþ- - ÿòí ì ì ñèàáí ààòàèùí ì ñòù ààñ ì à ì ðí àéàì ù ì ðí ðì àèùí ì - àí ððéçàèà ñ òàì àèà ðàòáí èàì. Í àðè è Òàèèí àí, èñí ì èùçóý ì ì àòèùí òþ àðèòì àðèèò, ðàçðàáí òàèè ñí ì ñí à ì ðà- ì àðàçí ààí èý ì ðí àéàì ù ñààðòáí çðàñòàþùàè ððéçàèà à ì ðí àéàì ó ì ðí ðì àèùí ì àí ððéçàèà.

**Νίτζαί έά ίδεδύδϊάϊ έεβ-ά ες çæðúδϊάϊ**

Ðaññï ïððεί ðαάί óó àέäï ðεί ò à, íà óάέóáέÿÿñï à óáí ðεβ -εñάε: +óí áú ïíέó-έóú ïíðì àέüí óβ ïíñéääï áαóάέü-  
í ïñóü ðβεçάéá, áí çüì àì ñáαðóáí çðáñóαβçòβ ïíñéääï áαóάέüí ïñóü ðβεçάéá, í àì ðεί áð, {2,3,6,13,27,52}, è óì ïí-  
æεί ïí ïíáóεβ *m* áñá çí à-áí έÿ íà -εñέí *n*. Çí à-áí έá ïí áóέÿ áí έάéí ï áúòü áí έüòá ñóí ï ï áñáó -εñάé ïíñéääï áα-  
óάέüí ïñòè, í àì ðεί áð, 105. Ì ïíæέðάέüí áí έάéí áúòü áçάéí ïí ïðíñóüì -εñέí ï ñ ïí áóέáí, í àì ðεί áð, 31. Ì ïð-  
ì àέüí íέ ïíñéääï áαóάέüí ïñóüβ ðβεçάéá áóááó

2\*31 mod 105 = 62

3\*31 mod 105 = 93

6\*31 mod 105 = 81

13\*31 mod 105 = 88

27\*31 mod 105 = 102

52\*31 mod 105 = 37

Έóí άϊ - {62,93,81,88,102,37}.

Ñáαðóáí çðáñóαβçüáÿ ïíñéääï áαóάέüí ïñóü ðβεçάéá ÿάέÿáóñÿ çæðúδúì έεβ-íì, à ïíðì àέüí áÿ ïíñéääï áαóάέü-  
í ïñóü ðβεçάéá - ïðεδúδúì .

**Øεóðíääí έá**

Άέÿ øεóðíääí έÿ ñííáçüáí έá ñí à-άéá ðαçάéááαóñÿ íà áέíέè, ðαáí úá ïí áέεί á -εñέó ÿέáí áí óíá ïíñéääï áα-  
óάέüí ïñòè ðβεçάéá. Çáóáí, ñ-εðáÿ, +óí áάεί έóá óεαçúáαáó íà ï ðεñóóñóáéá -εάí à ïíñéääï áαóάέüí ïñòè, à ïíέü - íà  
ääí ïñóóñóáéá, áú-εñέÿáí ïíέí úá ááñá ðβεçάéíá - ïí ïáí ïì ó áέÿ έάάáí άϊ áέíέá ñííáçüáí έÿ.

Ì àì ðεί áð, áñέè ñííáçüáí έá á áέíáðí ïì áéää áúάέÿάέó έάé 011000110101101110, øεóðíääí έá, εñííέüçòβ-  
úáá ï ðááúáóòòβ ïíñéääï áαóάέüí ïñóü ðβεçάéá, áóááó ï ðí εñóí áέóü ñéääóβçüεί ï áðαçí ï :

ñííáçüáí έá = 011000 110101 101110

011000 ñííðάáðñóáóáó 93 + 81 = 174

110101 ñííðάáðñóáóáó 62 + 93 + 88 + 37 = 280

101110 ñííðάáðñóáóáó 62 + 81 + 88 + 102 = 333

Øεóðíðáεñóí ï áóááó ïíñéääï áαóάέüí ïñóü 174,280,333

**Άάøéððéðíääí έá**

Çáéíííúé ïíέó-άóάέü ááí ïíάï ñííáçüáí έÿ çí ááó çæðúδúé έεβ-: ï ðεάέí áέüí óβ ñáαðóáí çðáñóαβçòβ ïíñé-  
ääï áαóάέüí ïñóü, à óáέά çí à-áí έÿ *n* è *m*, εñííέüçíääí ï úá áέÿ ï ðááðáçüáí έÿ áá á ïíðì àέüí óβ ïíñéääï áαóάέüí ïñóü  
ðβεçάéá. Άέÿ ááøéððéðíääí έÿ ñííáçüáí έÿ ïíέó-άóάέü áí έάéí ñí à-άéá ïí ðáááέέóü *n*<sup>1</sup>, óáéí á +óí *n(n*<sup>1</sup>)≡1 (mod  
*m*). Έάάáí á çí à-áí έá ïðεδúðáεñóá óì ïíæááóñÿ íà *n*<sup>1</sup> mod *m*, à çáóáí ðαçάéÿáóñÿ ñ ïí ïúβ çæðúδúí άϊ έεβ-á,  
+óí áú ïíέó-έóü çí à-áí έÿ ïðεδúδúí άï óáεñóá.

Ά í àçáí ï ðεί áðá ñáαðóáí çðáñóαβçüáÿ ïíñéääï áαóάέüí ïñóü - {2,3,6,13,27,52}, *m* ðαáí ï 105, à *n* - 31. Øεóðí-  
ðáεñóí ï ñέóáέó 174,280,333. Ά ÿóí ï ñέó-άá *n*<sup>1</sup> ðαáí ï 61, ïíÿóí ï ó çí à-áí έÿ øεóðíðáεñóá áí έάéí ú áúòü óí ïíæá-  
í ú íà 61 mod 105.

174\*61 mod 105 = 9 = 3 + 6, +óí ñííðάáðñóáóáó 011000

280\*61 mod 105 = 70 = 2 + 3 + 13 + 52, +óí ñííðάáðñóáóáó 110101

333\*61 mod 105 = 48 = 2 + 6 + 13 + 27, +óí ñííðάáðñóáóáó 101110

Ðañøεóðíääí úì ïðεδúδúì óáεñóí ï ÿάέÿáóñÿ 011000 110101 101110.

**Ì ðáέóè-áñέéá ðááέεçáóèè**

Άέÿ ïíñéääï áαóάέüí ïñòè εç óáñòè ÿέáí áí óíá ïáððóáí ðáøέóü çááá-ó ðβεçάéá, ááάá áñέè ïíñéääï áαóάέü-  
í ïñóü íà ÿάέÿáóñÿ ñáαðóáí çðáñóαβçüáé. Ðááέüí úá ðβεçάéè áí έάéí ú ñí áαðάéáóü íà ï áí áá 250 ÿέáí áí óíá. Άέεί à  
έάάáí άϊ -εάí à ñáαðóáí çðáñóαβçüáé ïíñéääï áαóάέüí ïñòè áí έάéí à áúòü ááá-óí ï áάáó 200 è 400 áέðáí è, à áέεί à  
ïí áóέÿ áí έάéí à áúòü ïð 100 άï 200 áέðíá. Άέÿ ïíέó-áí έÿ ÿòè çí à-áí έé ïðáéðè-áñέéá ðááέεçáóèè εñííέüçòβ  
ááí áðáòí ðú ñέó-áéí íέ ïíñéääï áαóάέüí ïñòè.

Άñεδúááóü ïíáíáí úá ðβεçάéè ï ðè ïí ïúè áðóáí έ ñέéü ááñí íέáçíí. Άñέè έí ï úβóáð ï íæáó ï ðí áαðÿóü ï έ-  
έéíí ááðéáí óíá á ñáέóí áó, ï ðí áαðéá áñáó áí çí íάéí úò áαðéáí óíá ðβεçάéá ïíðááóáó ñáúøá 10<sup>46</sup> έáó. Άάάá ï έ-  
έéíí ááðéáí óíá á ñáέóí áó, ï ðí áαðéá áñáó áí çí íάéí úò áαðéáí óíá ðβεçάéá ïíðááóáó ñáúøá 10<sup>46</sup> έáó. Άάάá ï έ-

ēēīī ī àøēī, ðāáí ðàðùèò ī àðāēēāēūīī, ī à òñī āāò ðāøèòū ÿòò çāāā-ò āī ī ðāāðàùāí ēÿ ñī ēī òā ā ñāāððīī āòð çāāç-āò.

**Áaçīī āñī ī ñòù ī àðīāā ððēçāēā**

Áçēīī āēē èðēī òī ñēñòāī ó, īñī ī āāī í óð ī á ī ðī āēāī á ððēçāēā, ī á ī ēēēēīī ī àøēī, à ī āðā èðēī òī āðāòīā. Ñī ā-āēā áúē ðāñēðùò āāēī ñòāāī í úē āèò ī ðēðùòī āī òāēñòā [725]. Çāòāī Øāī èð ī īēāçāē, -òī ā ī ī ðāāāēāī í úò ī āñòī ÿ-òāēūñòāò ððēçāē ī ī çāò áúòù āçēīī āī [1415, 1416]. Áúēē è āðóāēā āī ñòēçāēī ēÿ - [1428, 38, 754, 516, 488] - ī ī ī ēèòī ī á ī ī ā ççēīī àòù ñēñòāī ó Ī āðòēī ā-Ōāēēī āī à ā ī áùāī ñēó-āā. Í āēīī āò Øāī èð è Øēīī āē (Zippel) [1418, 1419, 1421] ī āī āðóāēēē ñēāáúā ī āñòā ā ī ðāī āðāçī āāī ēē, -òī ī ī çāī ēēēī èī āī ññòāī ī āèòù ñāāððāī çðāñòāðùòð ī ī ñēāāī āāòāēūī ī ñòù ððēçāēā ī ī ī ðī āēūī ī ē. Ōī -ī úā āī ēāçāòāēūñòāā áúòī āÿò çā ðāī ēē ÿòī ē ēī ēāē, ī ī èò òī ðī-øēē ī áçī ð ī ī āī ī ī áèòē ā [1233, 1244]. Í à ēīī óāðāī øēē, āāā āī ēēāāúāāēēñū ÿòē ðāçóēūòāòù, āñēðùòēā áúēī ī ðī āāī ī ī ñòðēðī āāī ī ī ī ñòāēÿī ī á ēīī ī ī ðòāðā Apple II [492, 494].

**Āāðēāī òù ððēçāēā**

Ī ī ñēā āñēðùòēÿ ī ðēāēī āēūī ī ē ñòāī ú Ī āðēēā-Ōāēēī āī à áúēī ī ðāāēī çāāī ī ī ī çāñòāī āðóāēò ñēñòāī ī á ī ðēī øēī ā ððēçāēā: ī āñēī ēūēī ī ī ñēāāī āāòāēūī úò ððēçāēīā, ððēçāēē Āðÿī -Øāī èðā (Graham-Shamir), è āðóāēā. Āñā ī ī ē áúēē ī ðī āī āēçēðī āāī ú è āçēīī āī ú, ēāē ī ðāāēēī, ñ ēñī ī ēūçī āāī ēāī ī āī èò è óāò çā èðēī òī āðāòē-ā-ñēèò ī àòī āī ā, è èò ī āēī ī ēē áúēē ñī àòāī ú ñī ñēī ðī ñòī ī āī øī ññā èðēī òī āðāòēē [260, 253, 269, 921, 15, 919, 920, 922, 366, 254, 263, 255]. Ōī ðī øēē ī áçī ð ÿòèò ñēñòāī è èò èðēī òī āī āēēç ī ī āī ī ī áèòē ā [267, 479, 257, 268].

Áúēē ī ðāāēī çāāī ú è āðóāēā āēāī ðèòī ú, ēñī ī ēūçóðùēā ī ī ðī çāēā ēāāē, ī ī āñā ī ī ē òī çā áúēē āçēīī āī ú. Ēðēī òī ñēñòāī à Lu-Lee [990, 13] áúēā āçēīī āī à ā [20, 614, 873], āā ī ī āèòēēāòēÿ [507] òāēçā ī ēāçāēāñū ī āāāçī-ī āñī ī ē [1620]. Āñēðùòēÿ èðēī òī ñēñòāī ú Goodman-McAuley ī ðēāāāāī ú ā [646, 647, 267, 268]. Ēðēī òī ñēñòāī à Pieprzyk [1246] áúēā āçēīī āī à āī āēī āē-ī úī ī áðāçī . Ēðēī òī ñēñòāī à Niemi [1169], īñī ī āāī ī āÿ ī á ī ī áòēūī úò ððēçāēāò, āçēīī āī à ā [345, 788]. Í ī āúē, ī ī ī āī ñòāāēēēī úē ððēçāē [747] ī ī ēā áúā ī á áúē āçēīī āī, ī ī ÿ ī á ī ī òē-ī ēñòē-āī. Āðóāēī āāðēāī òī ī ÿāēÿāòñÿ [294].

Ōī òÿ āāðēāī ò āēāī ðèòī à ððēçāēā ā ī āñòī ÿúāā āðāī ÿ āāçī ī āñāī - āēāī ðèòī ððēçāēā Char-Rivest [356], ī á-ñī ī òðÿ ī á "ñī āòēāēçēðī āāī ī ī ā ñēðùòēā" [743] - ēī ēē-āñòāī ī āī āòī āēī úò áú-ēñēāī ēē āāēāò āāī ī àī ī ī āī ī áī āā ī ī ēāçī úī , -āī āðóāēā ðāññī ī òðāī í úā çāāñū āēāī ðèòī ú. Āāðēāī ò, ī áçāāī í úē Powerline System (ñēñòāī à ÿēāèððī ī èðāī ēÿ) ī āāāçī ī āñāī [958]. Āī ēāā òī āī, ó-èòúāāÿ ēāāēī ñòù ñ ēī òī ðī ē ī āēē āñā ī ñòāēūī úā āāðēāī òù, āī-āāðÿòù òñòī ÿāøēī ī ī ēā āāðēāī òī ī, ī ī āēāēī ī ī ó, ī āī ñòī ðī çāī ī.

**Ī āòāī òù**

Ī ðēāēī āēūī úē āēāī ðèòī Ī āðēēā-Ōāēēī āī à çāī àòāī òī āāī ā Ñī āāēī āī í úò Øòāòāò [720] è ā ī ñòāēūī ī ī ī èðā (ñī . 18th). Public Key Partners (PKP) ī ī ēó-ēēā ēēòāī çēð ī á ī āòāī ò āī āñòā ñ āðóāēī è ī āòāī òāī è èðēī òī āðāòēē ñ ī ðēðùòùī è èēð-āī è (ñī . ðāçāāē 25.5). Āðāī ÿ āāēñòāēÿ ī āòāī òā ÑØA ēñòā-àð 19 āāāòñòā 1997 āī āā.

**Ōāāē. 19-1.  
Èī ī ñòāī í úā ī āòāī òù ī á āēāī ðèòī ððēçāēā Ī āðēēā-Ōāēēī āī à**

Ñòðāī à	Í ī ī àð	Āàðā ī ī ēó-āī ēÿ
Āāēūāēÿ	871039	5 āī ðāēÿ 1979 āī āā
Í ēāāðēāī āū	7810063	10 āī ðāēÿ 1979 āī āā
Āāēēēī āðēòāī ēÿ	2006580	2 ī āÿ 1979 āī āā
Āāðī āī ēÿ	2843583	10 ī āÿ 1979 āī āā
Øāāòēÿ	7810478	14 ī āÿ 1979 āī āā
Ōðāī òēÿ	2405532	8 ēðī ÿ 1979 āī āā
Āāðī āī ēÿ	2843583	3 ÿī āāðÿ 1982 āī āā
Āāðī āī ēÿ	2857905	15 ēðēÿ 1982 āī āā
Ēāī āāā	1128159	20 ēðēÿ 1982 āī āā
Āāēēēī āðēòāī ēÿ	2.006580	18 āāāòñòā 1982 āī āā
Øāāēóāðēÿ	63416114	14 ÿī āāðÿ 1983 āī āā
Èòāēēÿ	1099780	28 ñāī òÿāðÿ 1985 āī āā

### 19.3 RSA

Àñéí ðà í ñéà àéáí ðèòí à ðñèçàéà Ì àðéèà í ÿáéèñý í àðáúé í íéíí óáí í úé àéáí ðèòí ñ í òèðúòúì ééþ-íí, éí-òí ðúé í íæíí èñí í èüçí áàòú àéý øèòðí ááí èý è øèòðí áúò í íáí èñáé: RSA [1328, 1329]. Èç áñáò í ðááéí æáí í úò çà ýòé áí áú àéáí ðèòí í á ñ í òèðúòúì è ééþ-àí è RSA í ðí úà áñááí í íí ýòú è ðááèèçí áàòú. (Ì àðòéí Ààðáí àð (Martin Gardner) í í óáééí áàè ðáí í áá í í èñáí èà àéáí ðèòí à á ñáí áé éí éí í éà "Ì àòáí àðé-áñéèà èáðú" á *Scientific American* [599].) Í í òàéæà ýáéýáòñý ñàí úì í íí óéýðí úì. Í àçááí úé á -áñòú òðáò èçí áðáòáòáéé - Ðíí à Ðéááñòà (Ron Rivest), Ààè Øàí èðà (Adi Shamir) è Èáí í áðáá Ýáéí áí à (Leonard Adleman) - ýòí ò àéáí ðèòí í í í áéà áí áú í ðí òè-áí ñòí èò éí óáí ñéáí í í ó èðéí óí áí àèèçó. Õí òý èðéí óí áí àèèç í è áí èàçàè, í è í í ðí áàðá ááçí í áñí í ñòú RSA, í í, í í ñòòé, í áí ñí í áú áàáò óðí ááí ú áí áàðéý è àéáí ðèòí ó.

Ááçí í áñí í ñòú RSA í ñí í ááí à í á òðóáí í ñòè ðàçéí æáí èý í á í í í æèòáéè áí èüøèò -èñáé. Í òèðúòúé è çàèðúòúé ééþ-è ýáéýþòñý óóí èòéýì è ááóò áí èüøèò (100 - 200 ðàçðýáí á èèè ááæà áí èüòá) í ðí ñòúò -èñáé. Í ðááí í éáááò-ñý, -òí áí ññòáí í áéáí èà í òèðúòí áí òáéñòà í í øèòðí òáéñòò è í òèðúòí ó ééþ-ó ýéáéáéáí óí í ðàçéí æáí èþ í á í í í æèòáéè ááóò áí èüøèò -èñáé.

Áéý ááí áðáòèè ááóò ééþ-áé èñí í èüçóþòñý ááá áí èüøèò ñéó-áéí úò í ðí ñòúò -èñáé,  $p$  è  $q$ . Áéý í àéñèí àéüí í é ááçí í áñí í ñòè áú áéðáéòá  $p$  è  $q$  ðááí í é àééí ú. Ðáññ-èòú áááòñý í ðí èçááááí èà:

$$n = p q$$

Çàòáí ñéó-áéí úì í áðáçí í áú áéðááòñý ééþ- øèòðí ááí èý  $e$ , òáéí é -òí  $e$  è  $(p-1)(q-1)$  ýáéýþòñý áçàèí í í í ðí-ñòúì è -èñéáí è. Í áéí í áò ðáñøèðáí úé àéáí ðèòí Ýáééèàà èñí í èüçóáòñý àéý áú-èñéáí èý ééþ-à ááøèòðèðí áá-í èý  $d$ , òáéí áí -òí

$$ed = 1 \pmod{(p-1)(q-1)}$$

$$\text{Áðóáèí è ñéí ááí è}$$

$$d = e^{-1} \pmod{((p-1)(q-1))}$$

Çàí àðéí, -òí  $d$  è  $n$  òàéæà áçàèí í í í ðí ñòúá -èñéà.  $\times$ èñéà  $e$  è  $n$  - ýòí í òèðúòúé ééþ-, à -èñéí  $d$  - çàèðúòúé. Ááá í ðí ñòúò -èñéà  $p$  è  $q$  áí èüòá í á í óáí ú. Í í è áí èæáí ú áúòú í óáðí óáí ú, í í í á áí èæáí ú áúòú ðáñèðúòú.

Áéý øèòðí ááí èý ñí í áú áí èý  $m$  í í ñí á-áéà ðàçáéááòñý í á øèòðí áúá áéí èè, í áí úòéà  $n$  (áéý ááí è-í úò ááí-í úò áú áéðááòñý ñàí áý áí èüòáý ñòáí áí ú -èñéà 2, í áí úòáý  $n$ ). Õí áñòú, áñéè  $p$  è  $q$  - 100-ðàçðýáí úà í ðí ñòúá -èñéà, òí  $n$  óóáò ñí ááðæáòú í éí éí 200 ðàçðýáí á, è èàæáúé áéí é ñí í áú áí èý  $m_i$  áí èæáí áúòú í éí éí 200 ðàçðýáí á à àééí ó. (Áñéè í óáí í çàøèòðí ááòú òèèñèðí ááí í í á -èñéí áéí éí á, èò í í æáí áí í í éí èòú í áñéí èüéèí è í óéýì è ñéá-áà, -òí áú áàðáí òèðí ááòú, -òí áéí èè áñáááá óóáòú í áí úòá  $n$ . Çàøèòðí ááí í í á ñí í áú áí èà  $c$  óóáò ñí ñòí ýòú èç áéí-éí á  $c_i$  òí é æá ñàí í é àééí ú. Õí ðí óéà øèòðí ááí èý áú áéýáèò òáè

$$c_i = m_i^e \pmod n$$

Áéý ðáñøèòðí áéè ñí í áú áí èý áí çüì èòá èàæáúé çàøèòðí ááí í úé áéí é  $c_i$  è áú-èñéèòá

$$m_i = c_i^d \pmod n$$

Òáè èàè

$$c_i^d = (m_i^e)^d = m_i^{ed} = m_i^{k(p-1)(q-1)+1} = m_i m_i^{k(p-1)(q-1)} = m_i * 1 = m_i; \text{ áñá } \pmod n$$

Õí ðí óéà áí ññòáí ááéèáááò ñí í áú áí èà. Ýòí ñááááí í á 17-é.

#### Òááé. 19-2. Øèòðí ááí èà RSA

##### Í òèðúòúé ééþ-:

$n$  í ðí èçááááí èà ááóò í ðí ñòúò -èñáé  $p$  è  $q$  ( $p$  è  $q$  áí èæáí ú òðáí èòúñý á ñáéðáòá)  
 $e$  -èñéí, áçàèí í í í ðí ñòí á ñ  $(p-1)(q-1)$

##### Çàèðúòúé ééþ-:

$$d = e^{-1} \pmod{((p-1)(q-1))}$$

##### Øèòðí ááí èà:

$$c = m^e \pmod n$$

##### Ááøèòðèðí ááí èà:

$$m = c^d \pmod n$$

Õí-í í òàéæà ñí í áú áí èà í í æáò áúòú çàøèòðí ááí í ñ í í í í úüþ  $d$ , à çàøèòðí ááí í ñ í í í í úüþ  $e$ , áí çí í æáí èþ áí é áú áí ð. ß óááðááò ááñ í ò óáí ðèè -èñáé, áí èàçáúááþ áé, í í -áí ó ýòí ò àéáí ðèòí ðááí òááò. Á áí èüøéí ñòáà

εί εα ίι έδεί οι άδαοέε γοί ο άι ι δι η ι ι άδι άί ι δάνηι ίοδαί.

Έι δι οέεε ί δει άδ άι ςι ί αεί ι ί ι ί ααο ί ί γήι εου δαάι οό αεί δει ο ά. Άνηε  $p = 47$  ε  $q = 71$ , οι

$$n = pq = 3337$$

Έεϐ-  $e$  ί ά άι έαεί ει άου ί ά ύεο ί ί ί αεοάεάε

$$(p-1)(q-1) = 46 \cdot 70 = 3220$$

$$\text{Άύαάδαι (}\tilde{n}\text{εο-}\tilde{a}\text{εί}\tilde{i}\text{)} e \text{ δαάι } \tilde{u}i \text{ } 79. \text{ Ά } \tilde{y}\text{oi } \tilde{i} \text{ } \tilde{n}\text{εο-}\tilde{a}\tilde{a} \text{ } d = 79^{-1} \text{ mod } 3220 = 1019$$

Ί δε άύ-εñεί εε γοί άι -εñεά εñι ί εϋςί άάι δανθεδαί ί ύε αεί δει ο Άαεεεά (ñi . δαςάε 11.3). Ί ί οάεεεοάι  $e$  ε  $n$ , ñi ñοδái εά ά ñαεδαοά  $d$ . Ί οάδι ñει  $p$  ε  $q$ . Άεϋ οεοδι άάι εϋ ñi ί ά ύάι εϋ

$$m = 6882326879666683$$

ñi ά-αεά δαςάεει άάι ί ά ί άεάι ύεεά αεί εε. Άεϋ ί ά οάι ñεο-άϋ ί ί άι έαοό οδαοάοεάαί ί ύά αεί εε. Ñi ί ά ύάι εά δαςάεάαονϋ ί ά οañου αεί έί ά  $m_i$ :

$$m_1 = 688$$

$$m_2 = 232$$

$$m_3 = 687$$

$$m_4 = 966$$

$$m_5 = 668$$

$$m_6 = 003$$

$$\text{Ί } \tilde{a}\tilde{d}\tilde{a}\tilde{u}\tilde{e} \text{ } \tilde{a}\tilde{e}\tilde{i} \tilde{e} \text{ } \tilde{o}\tilde{e}\tilde{o}\tilde{d}\tilde{o}\tilde{a}\tilde{o}\tilde{n}\tilde{y} \text{ } \tilde{e}\tilde{a}\tilde{e} \text{ } 688^{79} \text{ mod } 3337 = 1570 = c_1$$

Άύι ί έί γϋ οά αά ί ί ά δαοεε αεϋ ί ί ñεάαοϐ ύεο αεί έί ά, ñi ςάαο οεοδι οάεñο ñi ί ά ύάι εϋ:

$$c = 1570 \ 2756 \ 2091 \ 2276 \ 2423 \ 158$$

Άεϋ άαοεοδεδι άάι εά ί οάει άύι ί έί εου οάει ά αά άι ςάάάι εά ά ñοάι άί ύ, εñι ί εϋςόϋ έεϐ- άαοεοδεδι άάι εϋ 1019:

$$1570^{1019} \text{ mod } 3337 = 688 = m_1$$

Άί αεί άε-ί ί άι ññοάι άαεεάαονϋ ί ñοάαοάϋñϋ -añou ñi ί ά ύάι εϋ.

### Άι ί ά δαοί ύά δαεεςαοεε RSA

Ñούαñοάοάο ί ί ί άι ί οάεεεαοεε, ςαοδαεεάαϐ ύεο οαι ο άι ί ά δαοί ύο δαεεςαοεε RSA [1314, 1474, 1456, 1316, 1485, 874, 1222, 87, 1410, 1409, 1343, 998, 367, 1429, 523, 772]. Οί δι οει ε ί αςί δι ύι ε ñοάουϋι ε ñεοααο [258, 872]. Οεοδι άάι εά RSA άύι ί έί γαονϋ ί ί ί αει ε ί εεδι ñοάι άι ε [1310, 252, 1101, 1317, 874, 69, 737, 594, 1275, 1563, 509, 1223]. ×añòε-ί ύε ñi εñi ε άι ñοόί ί ύο ά ί añoi γύαα άδαι γ ί εεδι ñοάι RSA, άςϋούε ες [150, 258], ί δεάα-άάι ά 16th. Ί ά άñά ες ί εο άι ñοόί ί ύ ά ñái άί άί ί ε ί δι άαεά.

### Οάε. 19-3.

#### Ñούαñοάοϐ ύεά ί εεδι ñοάι ύ RSA

Έι ί ί άι εϋ	Οαεοί ααϋ -añoi oá	Ñei di ñou ί ά δαά-ε ά Άι άαο ί ά 512 áeò	Οαεοί άύα οεεεύ áεϋ οεοδι άάι εϋ 512 áeò	Οαοί ί έί áεϋ	Άεοί ά ί ά ί εεδι ñοάι ο	Έι έε-áñoái οδαί ςεñoi δι ά
Alpha Techn.	25 Ì Άο	13K	0.98 Ì	2 ί εεδι ί ά	1024	180000
AT&T	15 Ì Άο	19K	0.4 Ì	1.5 ί εεδι ί ά	298	100000
British Telecom	10 Ì Άο	5.IK	1 Ì	2.5 ί εεδι ί ά	256	----
Business Sim. Ltd.	5 Ì Άο	3.8K	0.67 Ì	Άάί οεεϋί άϋ ί ά δεοά	32	----
CalmosSyst-Inc.	20 Ì Άο	2.8K	0.36 Ì	2 ί εεδι ί ά	593	95000
CNET	25 Ì Άο	5.3K	2.3 Ì	1 ί εεδι ί	1024	100000
Cryptech	14 Ì Άο	17K	0.4 Ì	Άάί οεεϋί άϋ ί ά δεοά	120	33000
Cylink	30 Ì Άο	6.8K	1.2 Ì	1.5 ί εεδι ί ά	1024	150000
GEC Marconi	25 Ì Άο	10.2K	0.67 Ì	1.4 ί εεδι ί ά	512	160000
Pijnenburg	25 Ì Άο	50K	0.256 Ì	1 ί εεδι ί	1024	400000
Sandia	8 Ì Άο	IOK	0.4 Ì	2 ί εεδι ί ά	272	86000
Siemens	5 Ì Άο	8.5K	0.03 Ì	1 ί εεδι ί	512	60000

### Ñei di ñou RSA

Άι ί ά δαοί ί RSA ί δει άδι ί ά 1000 δας ί άεάι ί άα DES. Ñei di ñou δαάι ού ñái ί ε άύñοδι ε ÑÁÈÑ-δαεεςαοεε RSA ñ 512-áeoi άύι ί ί ά οεάι - 64 έεει áεοά ά ñαεοί άο [258]. Ñούαñοάοϐ οάεα ί εεδι ñοάι ύ, έί οι δι ά άύι ί έί γϋ

Þò 1024-áèðíáí á øèððíáí á RSA. Á í áñòí γύαά áðáí γ δαçðááàðúááþòñý ì èèðí ñòáí ù, èí òí ðúá, èñí ì èüçòý 512-áèðíáúè ì ìáòèù, ì ðèáèèçýòñý è ðóááæó 1 Ì áèð/ñ. Áíçì ì áéíí, ì í è ì ì γáýòñý á 1995 áí áó. Ì ðí èçáí áèðáèè òáèæá ì ðèì áí γþò RSA á èí òáèèáèðóáèúí ùò èáðòí-èáð, ì ì γòè ðááèèçáòèè ì ááèáí í áá.

Ì ðí áðáí ì ì ì DES ì ðèì áðíí á 100 ðαç áúñðóáá RSA. Ýòè -èñèá ì ì áóò í áçí á-èòáèúí ì èçì áí èðññý ì ðè èçì áí á-í èè òáðí ì èí áèè, ì ì RSA ì èèí ááá í á áí ñòèáí áð ñéí ðí ñòè ñèì ì áððè-í ùò áèáí ðèòí ì á. Á 15-é ì ðèááááí ù ì ðèì áðú ñéí ðí ñòáè ì ðí áðáí ì ì ì áí øèððíáí èý RSA [918].

**Òááè. 19-4.**

**Ñéíðíñòè RSA äèý ðαçèè-í ùò áèèí ì ì áóèáé ì ðè 8-áèðíáí ì ì-èðúòí ì èèþ-á (í á SPARC II)**

	512 áèðíá	768 áèðíá	1024 áèðá
Øèððíáí áá èá	0.03 ñ	0.05 ñ	0.08 ñ
Ááøèððèðíáí áá èá	0.16 ñ	0.48 ñ	0.93 ñ
Ì ì áí èñú	0.16 ñ	0.52 ñ	0.97 ñ
Ì ðí ááðèá	0.02 ñ	0.07 ñ	0.08 ñ

**Ì ðí áðáí ì ì ì á Speedups**

Øèððíáí áá èá RSA áúí ì èí γáòñý ì áí ì ì áí áúñðóáé, áñèè áú ì ðááèèúí ì áúááðáðá çí á-áí èá e. Òðáí γ ì áèáí èáá -áñòú ì è ááðèáí òáí è γáèýþòñý 3, 17 è 65537 ( $2^{16} + 1$ ). (Ááí è-í í á ì ðááñòááèáí èá 65537 ñí ááðæèð òí èüèí ááá ááèí èòú, ì ì γòí ò ó äèý áíçááááí èý á ñòáí áí ú ì óáéíí áúí ì èí èòú òí èüèí 17 òí ì í áéáí èè.) X.509 ñí ááðóáð 65537 [304], PEM ðáèí ì áí áóáð 3 [76], á PKCS #1 (ñí . ðαçááè 24.14) - 3 èèè 65537 [1345]. Ì á ñóúáñðóáð ì èèáèèð ì ðí-áéáí ááçíí áñí ì ñòè, ñáýçáí í ùò ñ èñí ì èüçí ááí èáí á èá-áñðóá e èþáí áí èç γòèð òðáð çí á-áí èè (ì ðè òñèí áèè, -òí áú áí ì ì èí γáðá ñí ì áúáí èý ñèó-áéí ù ì è -èñèáí è - ñí . ðαçááè ì èæá), ááæá áñèè ì áí ì è òí æá çí á-áí èá e èñí ì èüçó-áòñý òáèí è áðóí ì ì è ì ì èüçí ááðóáéè.

Ì ì áðáèè ñ çáèðúòú èèþ-í ì ì í áéíí òñèí ðèòú ì ðè ì ì ì ì èèðáèñèí è ðáí ðáí ù ì ò ì ñòáðèáð, áñèè áú ñí òðá-í èèè çí á-áí èý  $p$  è  $q$ , á òáèæá áí ì èí èòáèúí ù á çí á-áí èý:  $d \text{ mod } (p - 1), d \text{ mod } (q - 1)$  è  $q^{-1} \text{ mod } p$  [1283, 1276]. Ýòè áí ì èí èòáèúí ù á -èñèá ì ì í áéíí èááèí áú-èñèèòú ì ì çáèðúòí ò ó è ì òèðúòí ò ó èèþ-áí .

**Ááçíí áñí ì ñòú RSA**

Ááçíí áñí ì ñòú RSA ì ì èí ì ñòúþ çááèñèð ì ò ì ðí áéáí ù ðαçèí æáí èý ì á ì ì ì í æèðáèè áí èüøèð -èñáè. Òáðí è-áñèè, γòí òáááðæááí èá ì ááçíí áñí ì ñòè èæèáí. Ì ðááí ì èááááòñý, -òí ááçíí áñí ì ñòú RSA çááèñèð ì ò ì ðí áéáí ù ðαçèí æá-í èý ì á ì ì í æèðáèè áí èüøèð -èñáè. Ì èèí ááá í á áúèí áí èáçáí ì ì áðáí áðè-áñèè, -òí ì óáéíí ðαçèí æèòú  $n$  í á ì ì í í æè-ðáèè, -òí áú áí ñòáðí í áèòú  $m$  ì ì  $c$  è  $e$ . Ì ì ì γòíí, -òí ì ì í æáð áúòú ì òèðúò ñí áñáí èí í è ñí ì ñí á èðèí òí áí áèèçá RSA. Ì áí áèí, áñèè γòí ò ì í áúè ñí ì ñí á ì í çáí èèð èðèí òí áí áèèðèèð ì ì èó-èòú  $d$ , ì ì òáèæá ì í æáð áúòú èñí ì èüçí ááí äèý ðαçèí æáí èý ì á ì ì í æèðáèè áí èüøèð -èñáè. B í á ñèèèè ì áí èí òþñú í á γòí .

Òáèæá ì ì í áéíí áñèðúòú RSA, óáááá çí á-áí èá  $(p-1)(q-1)$ . Ýðí áñèðúòèá í á ì ðí ù á ðαçèí æáí èý  $n$  í á ì ì í í æèðáèè [1616].

Äèý ñááððñèáí òèèí á: áí èáçáí ì, -òí ì áéíí òí ðúá ááðèáí òú RSA òáèæá ñèí æí ù, èáè è ðαçèí æáí èá í á ì ì í í æèðáèè (ñí . ðαçááè 19.5). Çááèýí èòá òáèæá á [361, ááá ì í èáçáí ì, -òí ðáñèðúòèá ááæá í áñèí èüèèð áèðí á èí òí ðí áòèè ì ì çáèèððí ááí ì ì ó RSA øèððí óáèñòó í á èáá-á, -áí ááøèððèðí ááí èá áñááí ñí ì áúáí èý.

Ñáí ù ì ì -ááèáí ù ì ñðááñòáí ì áñèðúòèý γáèýáòñý ðαçèí æáí èá  $n$  í á ì ì í í æèðáèè. Èþáí è ì ðí òèáí èè ñí ì í æáð ì ì-èó-èòú ì òèðúòú èèþ- e è ì ì í áóèù  $n$ .  $\times$  òí áú ì áèðè èèþ- ááøèððèðí ááí èý  $d$ , ì ðí òèáí èè áí èæáí ðαçèí æèòú  $n$  í á ì ì í í æèðáèè. Ñí áðáí áí ì í á ñí ñòí γí èá òáðí ì èí áèè ðαçèí æáí èý ì á ì ì í í æèðáèè ðáññí áððèááèí ñú á ðαçááèá 11.4. Á í áñòí γύαá áðáí γ ì áðááí èí èðááí γòí è òáðí ì èí áèè γáèýáòñý -èñèí, ñí ááðæáúáá 129 ááñýòè-í ùò òèðð. Çí á-èò,  $n$  áí èæíí áúòú áí èüøá γòí áí çí á-áí èý. Ðáèí ì áí ááòèè ì ì áúáí ðó áèèí ù ì òèðúòí áí èèþ-á ì ðèááááí ù á ðαçááèá 7.2.

Èí í á-íí, èðèí òí áí áèèðèè ì í æáð ì áðááèðáðú áñá áí çí ì í æí ù á  $d$ , ì ì èá ì í í á ì ì í áááðáð ì ðááèèúí ì á çí á-áí èá. Ì ì òáèí á áñèðúòèá áðóáí è ñèèí è ááæá ì áí áá γòóáèðèáí ì, -áí ì ì ì ì ù èá ðαçèí æèòú  $n$  í á ì ì í í æèðáèè.

Áðáí γ ì ò áðáí áí è ì ì γáèýþòñý çáýáèáí èý ì òíí, -òí ì áèááí ì ðí ñòí è ñí ì ñí á áñèðúòèý RSA, ì ì ì í èá í è ì áí ì èç ì ì áí áí ùò çáýáèáí èè ì á ì ì í áðááðæèí ñú. Ì áí ðèí áð, á 1993 áí áó á -áðí í áèèá ñòáòíè Áèèúý ì á Ì áéí á (William Payne) áúè ì ðááèí æáí ì áðí, ì ñí ì ááí ì ì è ì á ì áèí è òáí ðáí á Óáðí á [1234]. È ñí æáèáí èþ, γòí ò ì áðí á ì èáçáèñý ì ááèáí í áá ðαçèí æáí èý ì á ì ì í í æèðáèè

Ñóúáñðóáð áúá í áèí ì ì áí á äèý ááñí ì èí èñðáá. Áí èüøèí ñòáí ì áúáí ðèí γòúò áèáí ðèòí ì á áú-èñèáí èý ì ðí ñòúò -èñáè  $p$  è  $q$  ááðí γòí ì ñòí ù, -òí ì ðí èçí èááð, áñèè  $p$  èèè  $q$  ì èáæáòñý ñí ñòááí ùí ? Ì ó, áí ì áðáúò, ì ì í áéíí ñááñòè áá-ðí γòí ì ñòú òáèí áí ñí áúòèý áí ì óáéí ì áí ì èí èí òí á. È ááæá áñèè γòí ì ðí èçí èááð, ñéí ðáá áñááí òáèí á ñí áúòèá áóááð

ñðàçó æá íáí áðóæáíí - ðèððíááí èá è ááøèððèðíááí èá í á áóáóð ðááí ðàðü. Ñóìáñðáðáð ðÿä +èñáè, í àçüáááí üð +èñèàí è Ëäðí àééèà (Carmichael), èí òí ðüá í á í áóð í áí áðóæèüü í í ðááèáí í üá ááðí ÿòí í ñòí üá àèáí ðèòí ü í í èñ-èá í ðí ñòüð +èñáè. Í í è í áááçí í áñí ü, í í -ðàçáü+áéíí ðááèè [746]. ×áñòí í áí áí ðÿ, í áí ÿ áü ÿòí í á í ááñí í èí èéí.

**Áñèðüðèá ñ áüáðáí í üí øèððíðáéñòí í ðíðèá RSA**

Í áéí òí ðüá áñèðüðèÿ ðááí ðàðüð ðíðèèá ðááèèçáðèè RSA. Í í è áñèðüüáðüð í á ñàí ááçí áüé àèáí ðèòí , à í áá-ñòðí áí í üé í áá í èí í ðíðèè èí è. Áááéí í í í èí àüü, +òí ñàí í í í ñááá èñí í èüçí ááí èá RSA í á í ááñí á-èáááð ááçí í áñ-í í ñèè. Ááéí á ðááèèçáðèè.

Ñóáí áðèé 1: Ááá, í í áñèðøááøáé èéí èè ñáÿçè Áèèñü, óááéí ñü í áðáðááðèðü ñí í áüáí èá c, øèððíááí í í á ñ í í-í í üüð RSA í ðèðüðüí èèð-íí Áèèñü. Ááá ðí +áð í ðí +èðáðü ñí í áüáí èá. Í á ÿçüéá í áðáí áðèèè, áé í óáéí m, äèÿ èí òí ðí áí

$$m = c^d$$

Äèÿ ðáñèðüðèÿ m í í á ñí á-áèá áüáèðááð í áðáí á ñèó-áéí í á +èñèí r, í áí üøáá n. Í í á áí ñòááð í ðèðüðüé èèð-Áèèñü e. Çáðáí í í á áü+èñèÿáð

$$x = r^e \text{ mod } n$$

$$y = xc \text{ mod } n$$

$$t = r^{-1} \text{ mod } n$$

$$\text{Áñèè } x = r^e \text{ mod } n, \text{ òí } r = x^d \text{ mod } n.$$

Òáí áðü í ðí ñèð Áèèñü í í áí èñáðü y áá çáèðüðüí èèð-íí, ðáèèí í áðáçí í ðáñøèððíááá y. (Áèèñá áí èáí á í í á-í èñáðü ñí í áüáí èá, à í á ááí ðÿø ñòí í ó.) Í á çááüááèðá, Áèèñá í èéí ááá ðáí üøá í á áèááèá y. Áèèñá í í ñüéááð Ááá

$$u = y^d \text{ mod } n$$

Òáí áðü Ááá áü+èñèÿáð

$$tu \text{ mod } n = r^{-1} y^d \text{ mod } n = r^{-1} x^d c^d \text{ mod } n = c^d \text{ mod } n = m$$

È Ááá í í èó+ááð m.

Ñóáí áðèé 2: Òðáí ò - ÿòí èí í í üðáð-íí ðáðèðñ. Áñèè Áèèñá ðí +áð çáááðèðü áí èóí áí ò, í í á í í ñüéááð ááí Òðáí òó. Òðáí ò í í áí èñüáááð ááí øèððíáéí í í áí èñüð RSA è í òí ðááèÿáð í áðáðíí. (Í áí í í áí ðááèáí í üá ðÿø-òóí èðèè í á èñí í èüçóðñÿ, Òðáí ò øèððóáð áñá ñí í áüáí èá ñàí èí çáèðüðüí èèð-íí.)

Í ÿééí ðè ðí +áð, +òí áü Òðáí ò í í áí èñáè ðáéí á ñí í áüáí èá, èí òí ðí á á í áü+íí ñèó+áá í í í í èéí ááá í á í í áí è-øáð. Í í æáð áüðü ÿòí òáèüøèááÿ áðáí áí í áÿ í áðèá, í í æáð áüðü ááðí ðí ÿòí áí ñí í áüáí èÿ ÿáèÿáðñÿ áðóáí á èèòí. Èáéí è áü í è áüéá í ðè+éí á, Òðáí ò í èéí ááá í á í í áí èøáð ÿòí ñí í áüáí èá, áñèè ó í ááí áóááð áí çí í æí í ñòü áüáí ðá. Í áçí ááí ÿòí ñí í áüáí èá m'.

Ñí á-áèá Í ÿééí ðè áüáèðááð í ðí èçáí èüí í á çí á-áí èá x è áü+èñèÿáð y = x^e mod n. e í í í í æáð í í èó+èðü ááç òðóáá - ÿòí í ðèðüðüé èèð-Òðáí òá, èí òí ðüé áí èæáí áüðü í í óáèèèí ááí, +òí áü í í æí í áüéí í ðí ááðÿòü í í áí èñè Òðáí òá. Òáí áðü Í ÿééí ðè áü+èñèÿáð m = ym' mod n è í í ñüéááð m Òðáí òó í á í í áí èñü. Òðáí ò áí çáðáüááð m^d mod n. Now Í ÿééí ðè áü+èñèÿáð (m^d mod n)x^{-1} mod n, èí òí ðí á ðááí í n^d mod n è ÿáèÿáðñÿ í í áí èñüð m'.

Í á ñàí í í ááèá Í ÿééí ðè í í æáð èñí í èüçí ááðü í í í æáñòáí ñí í ñí áí á ðáøèðü í í áí áí óð çááá+ó [423, 458, 486]. Ñèááüí í áñòí í, èí òí ðí á èñí í èüçóðü ðáèèá áñèðüðèÿ, ÿáèÿáðñÿ ñí òðáí áí èá í óèüðèí èèèáðèáí í è ñòðóéòðü áðí áá í ðè áí çáááí èè á ñòáí áí ü. Òí áñòü:

$$(xm)^d \text{ mod } n = x^d m^d \text{ mod } n$$

Ñóáí áðèé 3: Ááá ðí +áð, +òí áü Áèèñá í í áí èñáèá m\_3. Í í á ñí çáááð ááá ñí í áüáí èÿ, m\_1 è m\_2, ðáèèá +òí

$$m_3 = m_1 m_2 \text{ (mod } n)$$

Áñèè Ááá ñí í æáð çáñðááèðü Áèèñü í í áí èñáðü m\_1 è m\_2, í í á í í æáð áü+èñèèðü í í áí èñü äèÿ m\_3:

$$m_3^d = (m_1^d \text{ mod } n) (m_2^d \text{ mod } n)$$

Í í ðáèü: Í èéí ááá í á í í èüçóéðáñü àèáí ðèòí í í RSA äèÿ í í áí èñè ñèó-áéí üð áí èóí áí òí á, í í áñòí óòüð ááí í í-ñòí ðí í í èí è. Áñáááá ñí á-áèá áí ñí í èüçóéðáñü í áí í í áí ðááèáí í í è ðÿø-òóí øèáé. Òí ðí áð áéí èí á ISO 9796 í ðááí ò-áðáüááð ÿòí áñèðüðèá.

**Áñèðüðèá í áüááñ í í áóèÿ RSA**

Í ðè ðááèèçáðèè RSA í í æí í í í ðí áí ááðü ðáçááðü áñáí í í èüçí ááðáèÿí í áéí áéí áüé í í áóéü n, í í èáæáí í ó ñàí è çí á-áí èÿ í í èáçáðáèáé ñòáí áí è e è d. È ñí æáéáí èð, ÿòí í á ðááí ðááð. Í áéáí èáá í +ááèáí áÿ í ðí áéáí á á ðí í,

+01 añëë íáíí è òí æá ñíí áúáí èá èí ááá-í èáóáü øèððí ááéí ñü ðàçí ùí è íí èàçàðáëýì è ñòáí áí è (ñ íáí èì è ðáí æá í íáóèáí ), è ýòè ááá íí èàçàðáëý - àçàèì íí í ðí ñòúá +èñèà (èàè í áú-íí è áúáááð), òí í ðèðúòúè ðáèñò í íæáð áúòü ðáñèðúò, áàæá í á çí àý í è íáí íáí èëþ-à ááøèððèðí ááí èý [1457].

Í òñòü  $m$  - í ðèðúòúè ðáèñò ñíí áúáí èý. Ááá èëþ-à øèððí ááí èý -  $e_1$  è  $e_2$ . Í áúèè í íáóèü -  $n$ . Øèððí ðáèñòáí è ñíí áúáí èý ýáëýþòñý:

$$c_1 = m^{e_1} \text{ mod } n$$

$$c_2 = m^{e_2} \text{ mod } n$$

Èðèì òí áí áèðèèè çí ááð  $n$ ,  $e_1$ ,  $e_2$ ,  $c_1$  è  $c_2$ . Áí ð èàè íí óçí ááð  $m$ .

Òàè èàè  $e_1$  è  $e_2$  - àçàèì íí í ðí ñòúá +èñèà, òí ñ íí í í úüþ ðáñèððáí í íáí áèáí ðèòì à Ýáèèèèáá  $r$  è  $s$ , áëý èí òí ðúò

$$re_1 + se_2 = 1$$

Ñ-èðáý  $r$  í ðèðúòúè áúèí ùí (èèè  $r$ , èèè  $s$  áí èáí í áúòü í ðèðúòúè áúèí ùí, í òñòü í ðèðúòúè áúèí ùí áóááð  $r$ ), òí ñíí áá í íæíí áí ñíí í èüçí ááòüñý ðáñèððáí í ùí áèáí ðèòì íí áëý áú-èñèáí èý  $c_1^{-1}$ . Çàðáí

$$(c_1^{-1})^r * c_2^s = m \text{ mod } n$$

Ñòúáñòáóáð ááá áðóáèð, áí èáá òí í èèð áñèðúòúè ñèñòáí ðáèíáí ðèíá. Í áí í èñí í èüçóáð ááðí ýòì í ñòí úè í áòí á áëý ðàçèí æáí èý  $n$  í á í íí æèðáèè. Áðóáí è - ááðáðì èí èðí ááí í úè áèáí ðèòì áú-èñèáí èý èáèíáí-í èáóáü ñáèðáðí í áí èëþ-à ááç ðàçèí æáí èý í íáóèý í á í íí æèðáèè. Í áá áñèðúòúè ýí í áðí áí í íí èñáí ú á [449].

Í í ðáèü: Í á ááèáèðá  $n$  í áúèì áëý áðóí í ú í í èüçí ááðáèé.

### Áñèðúòúè á í áíí í í èàçàðáëý øèððí ááí èý RSA

Øèððí ááí èá è í ðí áðèá í í áí èñè RSA áúí í èí ýáðñý áúñòáá, áñèè áëý  $e$  èñí í èüçóáðñý í ááí èüòí á çí á-áí èá, í í ýòì ðáèæá í íæáð áúòü í áááçí í áíí ùí [704]. Áñèè  $e(e+1)/2$  èèí áéí í çáèèñýúèð ñíí áúáí èè ñ ðàçèè-í ùí è í ð-èðúòúè è èëþ-áí è øèððòþòñý í áí èì è ðáí æá çí á-áí èáí  $e$ , ñòúáñòáóáð ñíí ñí á áñèðúòúè ðáèóþ ñèñòáí ó. Áñèè ñíí áúáí èè í á ðáè í í áí, èèè áñèè ñíí áúáí èý í á ñáýçáí ù, òí í ðí áèáí í áð. Áñèè ñíí áúáí èý í áèí áèí áú, òí áí ñòá-òí-íí  $e$  ñíí áúáí èè. Í ðí úá áñááí áí í í èí ýòü ñíí áúáí èý í áçáàèñèì ùí è ñèó-áéí ùí è +èñèáí è.

Ýòì ðáèæá ááðáí ðèðóáð, +01  $m^e \text{ mod } n \neq m^e$ . Òàè ááèááðñý á áí èüòèí ñòáá í ðáèðè-áñèèð ðááèèçáòèè RSA, í á-í ðèì áð, á PEM è PGP (ñí . ðàçááèü 24.10 è 24.12).

Í í ðáèü: Áí í í èí ýéðá ñíí áúáí èý í áðáá øèððí ááí èáí ñèó-áéí ùí è çí á-áí èýì è, óáááèðáñü, +01 ðàçí áð  $m$  í ðèì áðí í ðáááí  $n$ .

### Áñèðúòúè á í áíí í í èàçàðáëý ááøèððèðí ááí èý RSA

Áðóáèí áñèðúòúèáí, í ðááèí æáí í ùí Í áèèè Áèíáð (Michael Wiener), ðáñèðúáááð  $d$ , ááá  $d$  í á í ðááúòááð +áð-ááððè ðàçí áðá  $n$ , á  $e$  í áí úòá  $n$  [1596]. Í ðè ñèó-áéí íí áúáí ðá  $e$  è  $d$  ýòì áñòðá-ááðñý ðááèí, è í èèí ááá í á í ðí èçí è-ááð, áñèè çí á-áí èá  $e$  í áèí.

Í í ðáèü: Áúáèðáèðá áí èüòí á çí á-áí èá  $d$ .

### Í í èó-áí í úá ððí èè

Áæóáèð Ì óð (Judith Moore) í á í ñí í ááí èè í áðá-èñèáí í úò áñèðúòúèè í ðèáí áèð ñèááóþúèá í áðáí è-áí èý RSA [1114, 1115]:

- Çí áí èá í áí í è í áðú í í èàçàðáèé øèððí ááí èý/ááøèððèðí ááí èý áëý ááí í í áí í í áóèý í í çáí èýáð áçèí ùèèð ðàçèí æèòü í í áóèü í á í íí æèðáèè.
- Çí áí èá í áí í è í áðú í í èàçàðáèé øèððí ááí èý/ááøèððèðí ááí èý áëý ááí í í áí í í áóèý í í çáí èýáð áçèí ùèèð áú-èñèèèòü áðóáèá í áðú í í èàçàðáèé, í á ðáñèèááúááý í í áóèü í á í íí æèðáèè.
- Á í ðí òí èí èáð ñáðáè ñáýçè, í ðèì áí ýþúèð RSA, í á áí èáí èñí í èüçí ááòüñý í áúèè í í áóèü. (Ýòì ýáèýáðñý áúòü í +ááèáí ùí ñèááñòáèáí í ðááúáóúèð ááðó í óí èòí á.)
- Áëý í ðááí ðáðáúáí èý áñèðúòúèý í áèíáí í í èàçàðáèý øèððí ááí èý ñíí áúáí èý áí èáí ú áúòü áí í í èí áí ú ñèó-áéí ùí è çí á-áí èýì è.
- Í í èàçàðáèü ááøèððèðí ááí èý áí èáí áúòü áí èüòèì .

Í á çááúááèðá, í ááí ñòáðí +íí èñí í èüçí ááòü ááçí í áíí úè èðèì òí áðáðè-áñèèè áèáí ðèòì, áí èáí ú áúòü ááçí í áí-í ùí è áñý èðèì òí ñèñòáí á è èðèì òí áðáðè-áñèèè í ðí òí èí è. Ñèááí á í áñòí èþáí áí èç ððáð ýòèð èí í í í í áí òí á ñááèá-ðá í áááçí í áíí í è áñþ ñèñòáí ó.



## Άνεδούοεά οεοδιάαι έϋ έ ί ίάί ένε ή έήί ίέυϋίάαι έαι RSA

Έί άάό ή ύήέ ί ίάί έήύάάόύ ή ήάύάί έά ί άάά οεοδιάαι έαι (ή . άαάάέ 2.7), ί ί ί ά ί άέοέέά ί έέοί ί ά άύί ί έ- ί άό ύοί άί. Άέϋ RSA ί ί άί ί άνέδούοί ί διόί έί έϋ, οεοδιόϋέά ή ήάύάί έά άί άάί ί ίάί έήάί έϋ [48].

Άέήά όί +άό ί ήήέάόύ ή ήάύάί έά Άίάό. Ηί ά+άέά ί ί ά οεοδιόάό άάί ί όέδύοϋί έέϋ-ί ή Άίάά, ά άάόάί ί ίάί έήύ- άάό ήάί έί άέδύοϋί έέϋ-ί ή. Άά άάέοδιάαι ί ί ά έ ί ίάί έήάί ί ί ά ή ήάύάί έά άύέϋάέό όάέ:

$$m^{e_B} \text{ mod } n_B)^{d_A} \text{ mod } n_A$$

Άίό έάέ Άίά ί ί άό άί έάάόϋ, +οί Άέήά ί ήήέάά άί ό  $m'$ , ά ί ά  $m$ . Όάέ έάέ Άίάό έαήάόί ή άαέί άάί έά ί ά ί ί άέ- όάέέ  $n_B$  (ύοί άάί ή ήήάάί ί ύέ ί ί άόέϋ), ί ή ί ί άό άύ+έήέέόϋ άέήέάόί ύά έί άάέοί ύ ί ή ήήάάί έϋ  $n_B$ . Ηέάάί άά- όάέϋί ή, άί ό ί όάί ή όί έϋέί ί άέέέ  $x$ , άέϋ έί όί δι άί

$$m^x = m \text{ mod } n_B$$

Όί άά, άήέέ ί ή ί ί άό ή ήόάέέί άάόϋ  $x_B$  ά έά+ήήάά ήήάάί ί ί άί άί ί όέδύοϋί άί ή έάάόάέϋ ήόάί άί έ έ ήήόάί έόϋ ήήάί έ ήάέί έέ ί ήάόέϋ  $n_B$ , ί ή ή ή άόό άόάάάάόϋ, +οί Άέήά ί ήήέάά άί ό ή ήάύάί έά  $m'$ , άάέοδιάαι ί ί ά ύέέί ί ί άϋί ή έάάόάέάί .

Ά ί άέί όί άόϋ ήέό+άϋό ύοί ήήάάί ή ί ί άί άέϋόί ά άήέδύοέά. Άάί άέέί , +οί όϋ-όόί έέέέ ί ά άάάόϋ ί δι άέάί ό. Η άί άέί ί ί ά άάάόήύ ί άέ έήί ίέϋϋίάαι έέ άέϋ έάάάί άί ή έϋϋί άάόάέϋ όέέήέδιάαι ί ί άί ή έάάόάέϋ οεοδιάαι έϋ.

### Ηόάί άάδóϋ

RSA *de facto* ήέϋάόήύ ήόάί άάδóί ή ή+όέ ή ή ήήάί ό ί έδó. ISO ή ή+όέ, but not quite, created an RSA digital-signature standard; RSA ήέόάέέ έί όί δι άέέί ή ύί άή ή ήέί άί έαι ISO 9796 [762]. Όδάί όόάήέί ά άάί έί άήέί ά ή ήά- ύάήόάί ή έέί ήέί RSA ά έά+ήήάά ήόάί άάδóά [525], όάέ άά ί ήήόόί έέέ έ άήήόάέέέέóϋ [1498]. Ά Ηήάέέί άί ύό Όά- όάό έα-ά άάάέάί έϋ NSA έ ί άόάί όί ύó άή ή δι ήή ά ί άήήύύάά άδάί ή ί άό ήόάί άάδóά άέϋ οεοδιάαι έϋ ή ί όέδύοϋί έέϋ-ί ή. Η ή ήάέά άί άδέέάί ήέά έή ή ί άί έέ έήί ίέϋϋόϋ PKCS (ή . άαάάέ 24.14), ί άί έήάί ί ύέ RSA Data Security, Inc. RSA ή ήάάάέάί έ ά έά+ήήάά +άδί ή άή άί άάί έί άήέί άή ήόάί άάδóά ANSI [61].

### Η άάάί όϋ

Άέήί άέέί RSA άήί άάάί όί άάί ά Ηήάέέί άί ύό Όάάάό [1330], ί ή ί έ άή άή έ άδóάί έ ήόάί ά. PKP ή ήέό+έέά έέ- όάί άέϋ άί άήά ή άδóάέί έ ί άάάί όάί έ ά ί άέάήέέ έδέί όί άάάόέέ ή ή όέδύοϋί έ έέϋ-άί έ (άαάάέ 25.5). Ηδί έ άάέή- άέϋ ί άάάί όά ΗΌΑ έήάέάάό 20 ήάί όϋάδϋ 2000 άή άά.

## 19.4 Pohlig-Hellman

Ηόάί ά οεοδιάαι έϋ Pohlig-Hellman [1253] ή ήόί άά ί ά RSA. Υόί ί ά ήέί ί άόδέ+ί ύέ άέήί άέέί , όάέ έάέ άέϋ οεοδιάαι έϋ έ άάέοδέδέδιάαι έϋ έήί ίέϋϋόϋήύ άαέέ+ί ύά έέϋ+έ. Υόί ί ά ήόάί ά ή ί όέδύοϋί έέϋ-ί ή , ή ήόί ό +οί έέϋ+έ έάάέί ή ήέό+ήόϋήύ ήάέί έα άδóάί άή, έ έέϋ+ οεοδιάαι έϋ, έ έέϋ+ άάέοδέδέδιάαι έϋ άί έάί ύ όδάί έόϋήύ ά ήάέδάόά. Έάέ έ ά RSA,

$$C = P^e \text{ mod } n$$

$$P = C^d \text{ mod } n$$

άάά

$$ed \equiv 1 \pmod{\phi(n)}$$

Ά ή όέέ+έά ήό RSA  $n$  ί ά ή ήάάάέϋάόήύ ή ή ή ή ύϋϋ άάόό ί δι ήόϋό +έήάέ έ ή ήόάάόήύ +ήήόϋϋ άέδύοϋί άή έέϋ-ά. Άήέέ ό έήάή-ί έάόάϋ ήήόϋ  $e$  έ  $n$ , ή ή ί ί άόό άύ+έήέέόϋ  $d$ . Η ά άί άϋ  $e$  έέέ  $d$ , ή δι όέάί έέ άόάάό άύί όάάάί άύ+έήέέόϋ

$$e = \log_p C \text{ mod } n$$

Η ύ όάά άέάάέέ, +οί ύόί ήέϋάόήύ όδóάί ή έ ί δι άέάί ή έ.

### Η άάάί όϋ

Άέήί άέέί Pohlig-Hellman άήί άάάί όί άάί ά ΗΌΑ [722] έ ά Έάί άάά. PKP ή ήέό+έέά έέόάί άέϋ άή άήά ή άδóάέί έ ί άάάί όάί έ ά ί άέάήέέ έδέί όί άάάόέέ ή ή όέδύοϋί έ έέϋ-άί έ (ή . άαάάέ 25.5).

## 19.5 Rabin

Άαάί ήήί ήήόϋ ήόάί ύ Δάάέί ά (Rabin) [1283, 1601] ή ήέδάάόήύ ί ά ήέί άέί ήήόϋ ή ήέήέά έάάάάόί ύό έή δι άέ ή ή ή ή- άόέϋ ή ήήάάί ήή +έήέά. Υόά ή δι άέάί ά άί άέί άέ-ί ά άαέί άάί έϋ ί ά ί ή ήέόάέέ. Άί ό ή άί ά έα έάέέαόέέ ύόί έ ήόά- ί ύ.

Νί ά+αεά άúάεδάβρòñý äää ì ðí ñòúð ÷εñεά p è q, εí ì άδóýí ðí úð 3 mod 4. Ýðε ì ðí ñòúá ÷εñεά ýäεýβρòñý çάεδú-  
òúì εεβ÷íì, à εð ì ðí εçάάάί εά n =pq - ì ðεδúòúì εεβ÷íì.

Άεý øεòðí άáì εý ñí ì áúáí εý M (M άí εάí ì áúòú ì áí üøá n), ì ðí ñòí άú÷εñεýαòñý

$$C = M^2 \text{ mod } n$$

Άάøεòðεδí άáì εά ñí ì áúáí εý ðάεαά ì άñεí άí ì, ì ì ì áì ì ì άñέó-í áá. Õάε εάε ì ì έó-άòάεü çí áάò p è q, ì ì ì ì άεάò  
ðáøεòú äää εí ì άδóýí ðí ì ñòε ñ ì ì ì ì ì ì ì ì εέòάεñεí ε άá ðáì ú ì á ì ñòάòεάò. Άú÷εñεýαòñý

$$m_1 = C^{(p+1)/4} \text{ mod } p$$

$$m_2 = (p - C^{(p+1)/4}) \text{ mod } p$$

$$m_3 = C^{(q+1)/4} \text{ mod } q$$

$$m_4 = (q - C^{(q+1)/4}) \text{ mod } q$$

Çάòáì άúάεδάαòñý óάεúá ÷εñεά a = q(q<sup>-1</sup> mod p) è b = p(p<sup>-1</sup> mod q). ×άòúðúì ý άí çì ì άéì úì è ðάøάí εýì è ýäεý-  
βρòñý:

$$M_1 = (am_1 + bm_3) \text{ mod } n$$

$$M_2 = (am_1 + bm_4) \text{ mod } n$$

$$M_3 = (am_2 + bm_3) \text{ mod } n$$

$$M_4 = (am_2 + bm_4) \text{ mod } n$$

Í άεì εç ÷άòúðάò ðάçóεüòάòí á, M<sub>1</sub>, M<sub>2</sub>, M<sub>3</sub> è M<sub>4</sub>, ðάáí ì M. Άñεε ñí ì áúáí εά ì áì εñáí ì ì ì áì άεεεñεε, άúάðáòú  
ì ðάάεεüí ì á M<sub>i</sub> ì άðóάí ì. Ñ άðóάí ε ñòí ðí ì ú, άñεε ñí ì áúáí εά ýäεýαòñý ì ì ðí εí ì ñέó-άέí úð áεòí á (ñέάαéì, άεý  
άáì άðάòεε εεβ÷άε εεε øεòðí άí ε ì ì άí εñε), ñí ì ñí áá ì ì ðάάάεεòú, εάεí á M<sub>i</sub> - ì ðάάεεüí ì á, ì áò. Í άí εì εç ñí ì ñí áí á  
ðáøεòú ýóó ì ðí áέáì ó ñέóάεò άí áάάέáí εά ε ñí ì áúáí εβ ì áðάά øεòðí άáì εάì εçάáñòí ì άí çάáí εí áεά.

### Williams

Õüβ Άεεüýì ñ (Hugh Williams) ì áðáí ì ðάάάεεε ñòáì ó ðάάέí á, ÷òí áú òñòðáì εòú ýðε ì ááì ñòάòεε [1601]. Ά άáì  
ñòáì á p è q άúάεδάβρòñý ðάε, ÷òí áú

$$p \equiv 3 \text{ mod } 8$$

$$q \equiv 7 \text{ mod } 8$$

è

$$N = pq$$

Êðí ì á òí άí, εñí ì εüçíόάòñý ì ááì εüøí á óάεí á ÷εñεí, S, άεý εí òí ðí άí J(S,N) = -1. (J - ýòí ñεì άí ε βέί áε - ñí .  
ðάçάáε II.3). N è S ì ì óάεεéí άúάάβρòñý. Ñάεδάòí úì εεβ÷íì ýäεýαòñý k, άεý εí òí ðí άí

$$k = 1/2 (1/4 (p - 1) (q - 1) + 1)$$

Άεý øεòðí άáì εý ñí ì áúáí εý M άú÷εñεýαòñý c<sub>1</sub>, ðάεí á ÷òí J(M,N) = (-1)<sup>c<sub>1</sub></sup>. Çάòáì άú÷εñεýαòñý M' = (S<sup>c<sub>1</sub></sup> \*M)  
mod N. Êάε è á ñòáì á ðάάέí á, C = M<sup>2</sup> mod N. È c<sub>2</sub> = M' mod 2. Í εí ì ÷άάεüí úì øεòðí ðάεñòí ì ñí ì áúáí εý ýäεý-  
αòñý ððí εέá:

$$(C, c_1, c_2)$$

Άεý äáøεòðεδí άáì εý C, ì ì έó-άòάεü άú÷εñεýαòñý M'' ñ ì ì ì ì ì ì ì ì

$$C^k \equiv \pm M'' \text{ (mod } N)$$

Í ðάάεεüí úε çí άε M'' ì ì ðάάάεýαòñý c<sub>2</sub>. Í άέí ì áò

$$M = (S^{c_1} * (-1)^{c_1} * M'') \text{ mod } N$$

Άí ì ñέάáñòάεε Άεεüýì ñ óέó-øεε ýóó ñòáì ó á [1603, 1604, 1605]. Άí άñòí άí çάάάáí εý á εάάάðáò ì ðεδúòí άí ðάε-  
ñòá ñí ì áúáí εý, άí çάάάεòά άáì á ððáòüβ ñòáì áí ε. Άí εüøεά ì ðí ñòúá ÷εñεά άí εάéì ú áúòú εí ì άδóýí ðí ú ì ì ì ì ì áóεβ  
3, εí á÷á ì ðεδúòúé è çάεδúòúé εεβ÷ε ì εάεαòñý ì áéí áέí áúì ε. Άάαά έó÷ά, ñòúάñòάóáò ðí εüéí ì áí á óí εέáεüí άý  
ðáñøεòðí áεά εάεάí άí øεòðí άáì εý.

Í ðάεì óúάñòáì ñòáì ðάάέí á è Άεεüýì ñά ì áðάá RSA á òí ì, ÷òí άí εάçáí ì, ÷òí ì ì è ðάεαά áάçí ì áñí ú, εάε è ðάç-  
έí áéí εά ì á ì ì ì áεòάεε. Í άí áέí ì áðάá άñεδúòεάì ñ άúάðáí úì øεòðí ðάεñòí ì ì è ñí áαðøάí ì ì áάççáúεòí ú.  
Άñεε άú ñí áεδάáòáñü εñí ì εüçí ááòú ýðε ñòáì ú άεý ñέó-άάá, εí áάá άçέí ì úεε ì ì áεαò άúí ì έí εòú ðάεí á άñεδúòεά  
(ì áì ðεì áð, áέáí ðεòí øεòðí άí ε ì ì άí εñε, εí áάá άçέí ì úεε ì ì áεαò άúάεδάòú ì ì άí εñúάááì úá ñí ì áúáí εý), ì á çá-

áúááéòà èñí í èüçí áàòü í áðáá í íáí èñáí èáí í áí í í áí ðàáéáí í óþ òýø-óóí èøèþ. Ðàáéí í ðàáéí æèè áðóáí é ñí í ñí á çàùèðèòüñý í ð ðàéí áí áñèðüðèý: è èàæáí ó ñí í áúáí èþ í áðáá òýøèðí ááí èáí è í í áí èñáí èáí áí áááèýáðñý óí è-èáèüí áý ñèó-áéí áý ñòðí èá. È í áñ-áñòüþ, í í ñèá áí áááéáí èý í áí í í áí ðàáéáí í í é òýø-óóí èøèéá èí ð òáèð, +òí ñèñ-òáí à ñòí èü æá ááçí í áñí à, èáè è ðàçéí æáí èá í á í í í æèðáèè, áí èüóá í á ýáèýáðñý áí èáçáí í úí [628]. Óí òý ñ í ðàè-òè-áñèí é òí +èè çðáí èý áí áááéáí èá òýøèðí ááí èý í á í í æáð í ñèááèòü ñèñòáí ó.

Áðóáéí è ááðèáí òáí è ñòáí ú Ðàáéí à ýáèýþòñý [972, 909, 696, 697, 1439, 989]. Ááóí áðí úé ááðèáí ò í í èñáí á [866, 889].

## 19.6 ElGamal

Ñòáí ó ElGamal [518,519] í í æí í èñí í èüçí áàòü èáè äèý øèòðí áúò í í áí èñáé, òáè è äèý øèòðí ááí èý, ááí ááçí-í áñí í ñòü í ñí í ááí à í á ððóáí í ñòè áú-èñéáí èý äèñèðáóí úò èí ááðèòí í á á èí í á-í í í í í í é.

Äèý ááí áðáèèè í áðü èèþ-áé ñí à-áèá áúáèðááòñý í ðí ñòí á +èñéí  $p$  è ááá ñèó-áéí úò +èñéá,  $g$  è  $x$ , í áá ýòè +èñ-èá áí èæí ú áúòü í áí úøá  $p$ . Çàòáí áú-èñèýáðñý

$$y = g^x \text{ mod } p$$

Í ðèðüòüè èèþ-í í ýáèýþòñý  $y$ ,  $g$  è  $p$ . È  $g$ , è  $p$  í í æí í ñááèáòü í áúèè è äèý áðóí í ú í í èüçí áàòáéáé. Çàèðüòüè èèþ-í í ýáèýáðñý  $x$ .

### Í í áí èñè ElGamal

×òí áú í í áí èñáòü ñí í áúáí èá  $M$ , ñí à-áèá áúáèðááòñý ñèó-áéí í á +èñéí  $k$ , áçàèí í í í ðí ñòí á ñ  $p-1$ . Çàòáí áú-èñ-èýáðñý

$$a = g^k \text{ mod } p$$

è ñ í í í í úüþ ðáñøèðáí í í áí äèáí ðèòí à Ýáèèèèè á í áðí äèòñý  $b$  á ñèááóþúáí óðááí áí èè:

$$M = (xa + kb) \text{ mod } (p - 1)$$

Í í áí èñüþ ýáèýáðñý í áðá +èñáé:  $a$  è  $b$ . Ñèó-áéí í á çí à-áí èá  $k$  áí èæí í òðáí èòüñý á ñáèðáóá. Äèý í ðí ááðèè í í á-í èñè í óæí í óááèòüñý, +òí

$$y^a a^b \text{ mod } p = g^M \text{ mod } p$$

Èææáý í í áí èñü èèè øèòðí ááí èá ElGamal ððááóáð í í áí áí çí à-áí èý  $k$ , è ýòí çí à-áí èá áí èæí í áúòü áúáðáí í ñèó-áéí úí í áðáçí í. Áñèè èí ááá-í èáóáü Ááá ðáñèðí áð  $k$ , èñí í èüçóáí í á Áèèñí é, í í á ñí í æáð ðáñèðüòü çàèðüòüè èèþ- Áèèñü  $x$ . Áñèè Ááá èí ááá-í èáóáü ñí í æáð í í èó-èòü ááá ñí í áúáí èý, í í áí èñáí í úá èèè çàøèòðí ááí í úá ñ í í í úüþ í áí í áí è òí áí æá  $k$ , òí í í á ñí í æáð ðáñèðüòü  $x$ , ááæá í á çí áý çí à-áí èá  $k$ . Í í èñáí èá ElGamal ñááááí í á 14-é.

### Òááé. 19-5. Í í áí èñè ElGamal

#### Í ðèðüòüè èèþ-:

$p$       í ðí ñòí á +èñéí (í í æáð áúòü í áúèè äèý áðóí í ú í í èüçí áàòáéáé)

$g$        $< p$  (í í æáð áúòü í áúèè äèý áðóí í ú í í èüçí áàòáéáé)

$y$        $= g^x \text{ mod } p$

#### Çàèðüòüè èèþ-:

$x$        $< p$

#### Í í áí èñü:

$k$       áúáèðááòñý ñèó-áéí úí í áðáçí í, áçàèí í í í ðí ñòí á ñ  $p-1$

$a$       (í í áí èñü)  $= g^k \text{ mod } p$

$b$       (í í áí èñü), òáèí á +òí  $M = (xa + kb) \text{ mod } (p - 1)$

#### Í ðí ááðèá:

Í í áí èñü ñ-èòááòñý í ðááèèüí í é, áñèè  $y^a a^b \text{ mod } p = g^M \text{ mod } p$

Í áí ðèí áð, áúááðáí  $p = 11$  è  $g = 2$ , à çàèðüòüè èèþ-  $x = 8$ . Áú-èñèè

$$y = g^x \text{ mod } p = 2^8 \text{ mod } 11 = 3$$

Í ðèðùòúè èëþ÷í ÿäëþðñý  $y = 3$ ,  $g = 2$  è  $p = 11$ . ×ðí áú ïíäí èñàòù  $M = 5$ , ñí à÷àèà áúáàðà ñëó÷àéí íà ÷èñéí  $k=9$ . Óááæääà ñý, ÷ðí  $\text{gcd}(9, 10) = 1$ . Áú÷èñéþàì

$$a = g^k \text{ mod } p = 2^9 \text{ mod } 11 = 6$$

è ñ ïí ïúþ ðàñøèðáí ííáì àèáí ðèòí à Ýáèèèää í àðí àèì  $b$ :

$$M = (xa + kb) \text{ mod } (p - 1)$$

$$5 = (8 \cdot 6 + 9 \cdot b) \text{ mod } 10$$

Ðàøáí èà:  $b = 3$ , à ïí äí èñù ï ðááñòàäëþàò ñí áí é ï áðó:  $a = 6$  è  $b = 3$ .

Äëý ï ðí áàðèè ïí äí èñè óááèè ñý, ÷ðí

$$y^a \text{ mod } p = g^M \text{ mod } p$$

$$3^6 \text{ mod } 11 = 2^5 \text{ mod } 11$$

Áàðèáí ò ElGamal, èñí ïèüçóáì úé äëý ïí äí èñáé, ïí èñáí á [1377]. Òí ï áñ Áàò (Thomas Beth) èçí áðáè ààðèáí ò ñòáì ú ElGamal, ïí áðí äýùèè äëý áí èàçàòàèñòàà èááí ðè÷í ïí òè [146]. Ñóìáñòáóþò ààðèáí òú äëý ï ðí áàðèè ïí ä-èèí ïí òè ï áðí èý [312] è äëý ï áí áí à èëþ÷àì è [773]. È áúà òúñý÷è è òúñý÷è áðóáèò (ñì . ðàçááè 20.4).

**Øèððíááí èà ElGamal**

Í ï äèòèèáòèý ElGamal ïí çáí èþàò øèððíáàòù ñí í áúáí èý. Äëý øèððíááí èý ñí í áúáí èý  $M$  ñí à÷àèà áúáèðáàò-ñý ñëó÷àéí íà ÷èñéí  $k$ , áçàèì íí ï ðí ñòí à ñ  $p - 1$ . Çàòáì áú÷èñéþðñý

$$a = g^k \text{ mod } p$$

$$b = y^k \text{ mod } p$$

Í áðà  $(a, b)$  ýäèþàòñý øèððí áàèñòí ï . Í áðàòèòà áí èì áí èà, ÷ðí øèððí áàèñò á áàà ðàçà àèèí í áà ïòèðùòúè áí óàè-ñòà. Äëý áàøèððèððí ááí èý  $(a, b)$  áú÷èñéþàòñý

$$M = b/a^x \text{ mod } p$$

Òàè èàè  $a^x \equiv g^{kx} \text{ (mod } p)$  è  $b/a^x \equiv y^k M/a^x \equiv g^{kx} M/ g^{kx} = M \text{ (mod } p)$ , òí áñà ðááí òààò (ñì . 13-é). Í ï ñòèè ýòí òí æá ñàì íà, ÷ðí è í áí áí èëþ÷àì è Àèòòè-Òáèèì áí à (ñì . ðàçááè 22.1) çà èñèèþ÷àí èàì òí áí, ÷ðí  $y - ýòí$  ÷àñòù èëþ÷à, à ï ðè øèððí ááí èè ñí í áúáí èà òí ïí æààðñý í à  $y^k$ .

**Òááè. 19-6.**  
**Øèððíááí èà ElGamal**

**Í ðèðùòúè èëþ÷:**

- $p$  ï ðí ñòí à ÷èñéí (í í æàò áúòù í áúèì äëý áðóí ï ú ïí èüçí áàòàèáé)
- $g$  <  $p$  (í í æàò áúòù í áúèì äëý áðóí ï ú ïí èüçí áàòàèáé)
- $y$  =  $g^x \text{ mod } p$

**Çàèðùòúè èëþ÷:**

- $x$  <  $p$

**Øèððíááí èà:**

- $k$  áúáèðáàòñý ñëó÷àéí úì í áðàçí ï , áçàèì íí ï ðí ñòí à ñ  $p-1$
- $a$  (øèððí áàèñò) =  $g^k \text{ mod } p$
- $b$  (øèððí áàèñò) =  $y^k \text{ mod } p$

**Áàøèððèððí ááí èà:**

$M$  (í ðèðùòúè óàèñò) =  $b/a^x \text{ mod } p$

**Ñèíðíñòù**

Í áéí òí ðúá ï ðèì áðù ñèí ðí ñòè ðááí òú ï ðí áðàì ï í úò ðáàèèçàòèè ElGamal ï ðèááááí ú à 12-é [918].

**Òááè. 19-7.**

**Ñéíðíñòè ElGamal äëý ðàçéè-í úò äèèí ì íäóèáé ì ðè 160-àèòíáí ì íéà-çàòàéà ñòáí áí è (í à SPARC II)**

	512 àèòíá	768 àèòíá	1024 àèòíá
Øèòðí ááí èà	0.33 ñ	0.80 ñ	1.09 ñ
Äàøèòðèðí ááí èà	0.24 ñ	0.58 ñ	0.77 ñ
Í íáí èñü	0.25 ñ	0.47 ñ	0.63 ñ
Í ðí áàðèà	1.37 ñ	5.12 ñ	9.30 c

**Í àòáí òú**

ElGamal í àçàí àòáí òí ááí. Í í, ì ðàæää +àì äàèääòüñý áí àðàä è ðààèçíáúààòü äèáí ðèòí, í óæí í çí àòü, +òí PKP ñ-èòààò, +òí ýòíò äèáí ðèòí ì ìíí àääàò ì íá äàèñòàèà ì àòáí òà Äèòòè-Òàèèí áí à [718]. Í áí àèí ñðí è äàèñòàèý ì àòáí -òà Äèòòè-Òàèèí áí à çàèáí +èääàòñý 29 áí ðàèý 1997 áí àà, +òí äàèääò ElGamal ì àðàúí èðèí òí àðàòè-àñèè ì èáí-ðèòí ì ñ ì ðèðúòü è èèþ-àì è, ì ðèáí áí úí äèý øèòðí ááí èý è øèòðí áúò ì íáí èñáé è í àñáçáí í úí à Ñí ààèí áí -í úò Øòààò ì àòáí òàì è. ß í á ì íáó áí æääòüñý ýòí áí ì ìí áí òà.

**19.7 McEliece**

Á 1978 áí áò ðí áàðò Ì àèÝèèñ (Robert McEliece) ðàçðááí òàè èðèí òí ñèñòáì ó ñ ì ðèðúòü è èèþ-àì è í á ì ñí í áà òáí ðèè äèääàðè-àñèí áí èí àèðí ááí èý [1041]. Ýòíò äèáí ðèòí èñí ì èüçòáò ñòúàñòáí ááí èà ì ì ðààèáí í íáí èèáññà èñí ðààèýþúèò ì øèáèè èí áí á, í àçúáááí úò **èíááí è Áíííá** (Goppa). Í í ì ðàèèááè ñí çààòü èí á Áíííá è çáì àñèè-ðí áàòü ááí èàè í áú-í úè èèí àéí úè èí á. Ñòúàñòáòáò áúñòðúè àèáí ðèòí äàèí àèðí ááí èý èí áí á Áíííá, í í í áúáý ì ðí àèáí à í áèòè ñèí áí èí áá ì í ááí í í ó àáñò á èèí àéí í ì ááí è-í í èí áá ýàèýàòñý **NP-ííèííé**. Òí ðí óáá ì í èñáí èà ýòí áí àèáí ðèòí à ì í áéí í í áèòè á [1233], ñí . òàèæà [1562]. Í èæà ì ðèááááí òí èüèí èðàòèèè í áçí ð.

Í òñòü  $d_H(x,y)$  í áí çí à-áàò ðáññòí ýí èà Õýí ì èí áá ì àæáó  $x$  è  $y$ .  $\times$ èñèà  $n, k$  è  $t$  ñèóæàò ì àðáì àòðáì è ñèñòáì ú.

Çàèðúòüè èèþ- ñí ñòí èò èç ððáò +àñòáè:  $G'$  - ýòí ì àòðèòà ááí àðàòèè áí áá Áíííá, èñí ðààèýþúááí  $t$  í øèáí è.  $P$  - ýòí ì àòðèòà ì àðáñòáí í áí è ðàçí áðí ì  $n*n$ .  $S$  - ýòí nonsingular ì àòðèòà ðàçí áðí ì  $k*k$ .

Í ðèðúòü èèþ-í ì ñèóæèò ì àòðèòà  $G$  ðàçí áðí ì  $k*n$ :  $G = SG'P$ .

Í ðèðúòüè òàèñò ñí í áúáí èè ì ðàáñòáèýáò ñí áí è ñòðí èó  $k$  àèòí á à èèáá  $k$ -ýèáì áí òí í áí ààèòí ðà í áá ì í èáì  $GF(2)$ .

Äèý øèòðí ááí èý ñí í áúáí èý ñèó-àéí úí í áðàçí ì áúáèðààòñý  $n$ -ýèáì áí òí úè ààèòí ð  $z$  í áá ì í èáì  $GF(2)$ , äèý èí òí ðí áí ðáññòí ýí èà Õýí ì èí áá ì áí úòá èèè ðááí í  $t$ .

$$c = mG + z$$

Äèý äàøèòðèðí ááí èý ñí í áúáí èý ñí à-àèà áú-èñèýàòñý  $c' = cP^{-1}$ . Çàòáì ñí ì ì í úúþ äàèí àèðóþúááí àèáí ðèòí à àèý èí áí á Áíííá ì áòí àèòñý  $m'$ , äèý èí òí ðí áí  $d_H(m'G, c)$  ì áí úòá èèè ðááí í  $t$ . Í àèí í áò áú-èñèýàòñý  $m = m'S^{-1}$ .

Á ñáí áé ì ðèáèí àèüí í è ðááí òà Ì àèÝèèñ ì ðààèí àèè çí à-áí èý  $n = 1024$ ,  $t = 50$  è  $k = 524$ . Ýòí ì èí èì àèüí úá çí à-áí èý, ððááòáì úá àèý ááçí í áíí ì ñòè.

Òí òý ýòí ò àèáí ðèòí áúè í áí èì èç í áðàúò àèáí ðèòí í á ñ ì ðèðúòü è èèþ-àì è, è áí á ì ýàèýèí ñü ì óáèèèàòèè ì ááí òñí áóí ì èðèí òí áí àèòè-àñèí ì áñèðúòèè, ì í í á ì í èó-èè øèðí èí áí ì ðèçí áí èý á èðèí òí àðàòè-àñèí ì ñí -í áúáñòáá. Ñòáì à í á ááá-òðè ì ì ðýàèà áúñòðáá, +àì RSA, ì í ó í áá àñòü ðýá í ááí ñòàòèí á. Í ðèðúòüè èèþ- í áðí ì áí :  $2^{19}$  àèòí á. Ñèèüí í óáàèè-èääàòñý í áúáì ááí í úò - øèòðí òàèñò á ááá ðàçà àèèí í áá ì ðèðúòü áí òàèñòá.

ðýá ì ì í úòí è èðèí òí áí àèèçà ýòí è ñèñòáì ú ì í áéí í í áèòè á [8, 943, 1559, 306]. Í è í áí á èç í èò í á áí ñòèáèà òñ-í áòá àèý í áúááí ñèó-áý, òí òý ñòí áñòáí ì àæáó àèáí ðèòí ì Ì àèÝèèñà è àèáí ðèòí ì ðþèçàèá í áí í í áí áí èí óàò.

Á 1991 ááá ðòññèèò èðèí òí àðàòá çáýàèèè, +òí áçèí ì àèè ñèñòáì ó Ì àèÝèèñà ñí í áéí òí ðúí è ì àðáì àòðáì è [882]. Á èò ñòàòüá ýòí óóááðæááí èà í á áúèí í áí ñí í ááí í, è áí èüøèí ñòáí èðèí òí àðàòí á í á ì ðèí ýèè áí áí èì áí èà ýòí ò ðàçòèüòáò. Áúá í áí í áúí í èí áí í á ðòññèè è àñèðúòèà, èí òí ðí á í áèüçý í áí ñí ðàáñòááí ì ñí ì èüçí áàòü ì ðí òèà ñèñòáì ú Ì àèÝèèñà, ì í èñáí í á [1447, 1448]. ðáñòèðáí èý McEliece ì í áéí í í áèòè á [424, 1227, 976].

**Äðòáèà àèáí ðèòí ú, ì ñí í ááí í úá í á èèí àéí úò èí áàò, èñí ðààèýþúèò ì øèáèè**

Äèáí ðèòí Í èääððàéòáðà (Niederreiter) [1167] í-áí ú áèèçí è àèáí ðèòí ó Ì àèÝèèñà è ñ-èòààò, +òí ì ðèðúòüè èèþ- - ýòí ñèó-àéí áý ì àòðèòà ì ðí áàðèè +àðí ì ñòè èí áá, èñí ðààèýþúááí ì øèáèè. Çàèðúòü èèþ-í ì ñèóæèò ýò-òàèòèáí úè àèáí ðèòí äàèí àèðí ááí èý ýòí è ì àòðèòü.

Äðòáí è àèáí ðèòí, èñí ì èüçòáì úè àèý èááí òèòèèàòèè è òèòðí áúò ì í áí èñáé, ì ñí í ááí í á áàèí àèðí ááí èè

ñeí ðeí ì à [1501], ì ì ÿñí áí èÿ ñì . á [306]. Æeáí ðeòì [1621], eñí ì èüçòþùè èí àü, eñí ðaàèÿþùè à ì øeáèè, í áááçí-ì àñáí [698, 33, 31, 1560, 32].

### 19.8 Èðeí òí ñeñòáì Ù ñ ÿèèè ðe-àñèè ì èðeáÙì è

ÿèèè ðe-àñèè èðeáÙà èçò-àèèñù ì ì ì àè àí àü, è ì ì ÿòì ó àí ì ðí ñó ñó ì àñòáóáð ì ðí ì ì à èí èè-àñòáì èèòáð-òòðù. Á 1985 áí áó Í èè Ëí àèèò (Neal Koblitz) è Á.Ñ. Ì èèèáð (V. S. Miller) í áçààèñè ì ì ðaàèí æèè èñí ì èüçí áàòù èò àèÿ èðeí òí ñeñòáì ñ ì ðeðùòùì è èþþ-àì è [867, 1095]. Í ì è í á èçí áðàèè ì ì àí àí èðeí òí ðaòe-àñèí àí àèí ðeò-ì à, eñí ì èüçòþùááí ÿèèè ðe-àñèè èðeáÙà í áà èí í á-í ùì è ì ì èÿì è, ì ì ðaàèçí áàèè ñó ì àñòáóáð ì ðeá àèí ðeòì ù, ì ì àí áí ù à Diffie-Hellman, ñ ì ì ì ì ùþ ÿèèè ðe-àñèè èðeáÙò.

ÿèèè ðe-àñèè èðeáÙà àüçùáàþò èí òáðáñ, ì ì òì ó -òì ì è í ááñí á-èáàþò ñí ì ñí á èí ì ñòðeðí ááí èÿ "ÿeáí áí òí á" è "ì ðaàèè í áúáàèí áí èÿ", í áðàçòþùèò áðóí ì ù. Ñáí èñòáà ÿèèò áðóí ì èçááñòí ù àí ñòáòí -ì ì òí ðí òí, -òì áü eñí ì èüçí áàòù èò àèÿ èðeí òí ðaòe-àñèèò àèí ðeòì í á, ì ì ó í èò í áò ì ì ðaàèéáí ì ùò ñáí èñòá, í áèáá-àþùèò èðeí òí áí àèç. Í àí ðeí áð, ì ì ì ÿòeá "àèáàèí ñòe" í áí ðeí áí èí ì è ÿèèè ðe-àñèè ì èðeáÙì. Õí àñòù, í á ñó ì àñòáóáð òàèí àí ì ì ì àñòáà í ááí èüèò èò ÿeáí áí òí á, eñí ì èüçòÿ èí òí ðùá ñ ì ì ì ì ùþ ì ðí ñòí àí àèí ðeòì à ñ áüñí èí è ááðí ÿò-ì ì ñòùþ ì ì àí í áüðàçeòù ñeò-àèí ùé ÿeáí áí ò. Ñèááí áàòáèüí ì, àèí ðeòì ù áü-èñéáí èÿ àèñeðáòí ì àí èí áàðeòì à ì ì èàçòáèÿ ñòáí áí è í á ðaáí òáþò work. Í ì áðí áí ì ñòe ñì . á [1095].

Ì ñí ááí ì ì èí òáðáñ ù ÿèèè ðe-àñèè èðeáÙà í áà ì ì èáí GF(2<sup>n</sup>). Àèÿ n á àèáí áçí í á ì ò 130 áí 200 í áñèí àí ì ðàçðááí òáòù ñòáí ó è ì òí ì ñeòáèüí ì ì ðí ñòí ðaàèçí áàòù áðeòì áðe-àñèè è ì ðí òáñí ð àèÿ eñí ì èüçòáì ì àí ì ì èÿ. Õa-èèá àèí ðeòì ù ì ì òáí øeáèüí ì ì ì áóò ì ì ñeòáèeòù ì ñí ì àí è àèÿ áí èáá áüñòðùò èðeí òí ñeñòáì ñ ì ðeðùòùì è èþþ-àì è è ì í áí ùèè è ðàçí áðáì è èþþ-àé. Ñ ì ì ì ì ùþ ÿèèè ðe-àñèè èðeáÙò í áà èí í á-í ùì è ì ì èÿì è ì ì áóò áüòù ðaàèç-çí ááí ù ì ì ì àèá àèí ðeòì ù ñ ì ðeðùòùì è èþþ-àì è, òàèèá èáè Diffie-Hellman, ElGamal è Schnorr.

Ñí ì òáàñòáóáð ì ì àí áðeèá ñeí àí á è áüòí àèò çà ðáí èè ÿòí è èí èè. Èí òáðáñòþùè ñÿ ÿòí è òáí ì è ÿ ì ðaà-èáàþ ì ðí -eòáòù ááá áüèáòí ì ì ÿí óòùá ðaáí òù è ì òèè-í òþ èí èáò Àèüòðááá Ì áí áçáñá (Alfred Menezes) [1059]. ÿèèè ðe-àñèè èðeáÙà eñí ì èüçòþòñÿ ááòí ÿ áí àèí àáí è RSA [890, 454]. Áðóáè ì è ðaáí òáí è ÿáèÿþòñÿ [23, 119, 1062, 869, 152, 871, 892, 25, 895, 353, 1061, 26, 913, 914, 915]. Èðeí òí ñeñòáì ù ñ èþþ-àì è í ááí èüèè è àèèí ù í á ááçà ÿèèè ðe-àñèè èðeáÙò ðáññí àððeáàþòñÿ á [701]. Àèáí ðeòì Fast Elliptic Encryption (FEE, áüñòðí á ÿèèè ðe-àñèí á øeòðí ááí èá) èí ì ì àí èè Next Computer Inc. òàèèá eñí ì èüçòáò ÿèèè ðe-àñèè èðeáÙà [388]. Í ðeÿòí ì è ì ñí ááí ì ì ñòùþ FEE ÿáèÿáòñÿ òí, -òì çàèðùòùè èþþ-ì ì ì àò áüòù èþáí è èááè çáí ì èí àþùáèñÿ ñòðí èí è. Í ðaàèá-áàþòñÿ è èðeí òí ñeñòáì ù, eñí ì èüçòþùèá àèí áðÿèèè ðe-àñèè èðeáÙà [868, 870, 1441, 1214].

### 19.9 LUC

Ì àèí òí ðùá èðeí òí ðaòeòù ðàçðááí òáèè í áí áüáí í ùá ì ì àèeèéáòèè RSA, èí òí ðùá eñí ì èüçòþò ðàçèè-í ùá ì ða-ñòáí ì àí -í ùá ì ì ì àí -éáí ù áí àñòí àí çáááí èÿ á ñòáí áí ù. Áððeáí ò, í áçùáàþùèèñÿ Kravitz-Reed è eñí ì èüçòþùè è í áí ðeáí àèí ùá ááí è-í ùá ì ì ì àí -éáí ù [898], í áááçí ì àñáí [451, 589]. Àèí òðeá Ì þèèáð (Winfried Müller) è Àèè-òðeá Ì í ááóáð (Wilfried Nöbauer) eñí ì èüçòþò ì ì èèí ì ù Àèèñí á (Dickson) [1127, 1128, 965]. Ðóáí èüò Èèèè (Rudolph Lidl) è Ì þèèáð í áí áüèèè ÿòí ò ì ì áòí á á [966, 1126] (ÿòí ò áàððeáí ò í áçááí ñòáí ì è Réidi), è Ì í ááóáð ì ðí áí àèèçeðí áàè ááí ááçí ì àñí ì ñòù á [1172, 1173]. (Ñí ì áðáçáí èÿ ì ì ì ì àí áó ááí áðáòèè ì ðí ñòùò -èñáè ñ ì ì ì ì -ùþ òóí èòèè Èóèáñá (Lucas) ì ì àí í í áèòè á [969, 967, 968, 598].) Í àñí ì ððÿ í á àñá ì ðaáüòáòùèá ðàçðááí òèè áðóí í á èññèááí áàòáèé èç Ì í àí è Çàèáí àèè óáàèí ñù çáí áòáí òí áàòù ÿòó ñòáí ó á 1993 áí áó, í áçááá áá LUC [1486, 521, 1487].

n-í á -èñèí Èóèáñá,  $V_n(P, 1)$ , ì ì ðaàèÿáòñÿ èáè

$$V_n(P, 1) = PV_{n-1}(P, 1) - V_{n-2}(P, 1)$$

Õáí ðeÿ -èñáè Èóèáñá àí ñòáòí -í ì áàèèèá, è ÿ áá ì ðí ì óùò. Õáí ðeÿ ì ì ñeááí áàòáèüí ì ñòáè Èóèáñá òí ðí òí èççèí-æáí á á [1307, 1308]. Í ñí ááí ì ì òí ðí òí ì ðáí áðeèá LUC ì ì èñáí á á [1494, 708].

Á èþáí ì ñeò-áá àèÿ ááí áðáòèè ì áðù ì ðeðùòùè èþþ-çàèðùòùè èþþ- ñí á-àèá áüáèðáþòñÿ ááá áí èüèòè -èñ-èá p è q. Áü-èñèÿáòñÿ n, ì ðí èçááááí èá p è q. Èèþ- øeòðí ááí èÿ e - ÿòí ñeò-àèí í á -èñèí, áçàèí ì ì ì ðí ñòí á ñ p-1, q-1, p+1 è q+1. Ñó ì àñòáóáð -áòùðá áí çí ì àí ùò èþþ-á áàøeòðeðí ááí èÿ,

$$d = e^{-1} \text{ mod } (\text{Í } \hat{E}(p+1), (q+1))$$

$$d = e^{-1} \text{ mod } (\text{Í } \hat{E}(p+1), (q-1))$$

$$d = e^{-1} \text{ mod } (\text{Í } \hat{E}(p-1), (q+1))$$

$$d = e^{-1} \text{ mod } (\text{Í } \hat{E}(p-1), (q-1))$$

ááá Ì Í Ê ì çí á-áàð í àèí áí ùèáá í áüáá èðáòí í á.

Ì ðeðùòùì èþþ-ì ì ÿáèÿþòñÿ d è n; çàèðùòùì èþþ-ì ì - e è n. p è q ì ðáðáñáàþòñÿ.

Äëÿ øèððí àáí èÿ ñíí áúáí èÿ  $P$  ( $P$  äí èæíí áúòü ì áí üøá  $n$ ) áú+èñÿàðñÿ

$$C = V_e(P, 1) \pmod n$$

À äëÿ äàøèððèððí àáí èÿ:

$$P = V_d(P, 1) \pmod n, \text{ ñ ñíí ðáàðñòáðòòü èì } d$$

À èó-øàí ñèó-àà LUC í á ááçíí àñí áà RSA. À í ááááí èà, ðí èüèí +òí ì í óáèèí àáí í úá ðáçöüòáðü ì í èàçúááòò, èàè áçèí ì àü LUC ì í èðáéí áé ì áðá á í àñéí èüèèð ðáàèèçàøèÿð. ß í á äí ááðÿò ÿòí ì ó àèáí ðèòí ó.

### 19.10 Èðèí ðí ñèñòáí Ù ñ í ðèððüòü èèò-í ì í á ááçá èí í á-í Ùò áàòí ì àòí á

Èèòáèñèè èðèí ðí áðáð Òáí Ðáí æè ðáçðááí ðáè àèáí ðèòí ñ í ðèððüòü èèò-í ì í, ì ñíí í ááí í úé í á èñí í èüçí àáí èè èí í á-í Ùò áàòí ì àòí á [1301, 1302, 1303, 1300, 1304, 666]. Òáèí é æá ñéí æí í é çáàá-áé, èàè è ðáçèí æáí èà í á ì í í-æðáèè ì ðí èçáááí èÿ ááóð áí èüøèð ì ðí ñòüò +èñáè, ÿáèÿàðñÿ çááá-à ðáçèí æáí èÿ í á ñí ñòááèÿòü èà ì ðí èçáááí èÿ ááóð èí í á-í Ùò áàòí ì àòí á. Ýòí ðáí áí èáá ááðíí, àñèè í áéí èç áàòí ì àòí á í áèè ááí.

Áí èüøáÿ +àñü ðááí ðü á ÿòí é í áèáñèè áúèà áúí í éí áí á á Èèòáá á 80-ò áí ááð è ì í óáèèèí àáí í á í èèòáèñèí ÿçúéá. Ðáí æè í á-áè ì èñáòü ì í áí áèèèèè. Ááí áèááí ùí ðáçöüòáðü ì áúèí ðí, +òí í áðáðíí á çí á-áí èà í áéí ðí ðüò í áèè áéí Ùò (èááçèèèí áéí Ùò) áàòí ì àòí á ÿáèÿàðñÿ ñèááúí ðí ááá è ðí èüèí ðí ááá, èí ááá ÿòè áàòí ì àü í áèááòò ì í ðáááèáí í í è ñòóí áí +àòí é ì àððè-í í é ñòðóèòðí é. Ýòí ñáí èñòáí èñ-áçáàð, àñèè í í é í áúááèí áí ù ñ áðóáèí áàòí-ì àòí ì (òí ðÿ áú èèí áéí ùí). Á àèáí ðèòí á ñ í ðèððüòü èèò-í ì í ñáèðáí úé èèò-í ì í ÿáèÿàðñÿ èí ááððèðóáí ùí èááçè-èèí áéí ùí áàòí ì àòí ì, à ñíí ðááðñòáðòòü èèò-í ì í æáð áúòü ì í èó-áí ñ í í í ì úòò èð ì í-èáí í í áí í áðá-ì í í æáí èÿ. Ááí í úá øèððóòò, ì ðí ðí áÿ +áðáç èèí áéí úé áàòí ì àò, à áàøèððèððóòò, ì ðí ðí áÿ +áðáç í áðáðí úá çí á-áí èÿ èí ì í í áí ðí á àèáí ðèòí á (á í áéí ðí ðüò ñèó-áÿð áàòí ì àü áí èáí ù áúòü ðñòáí í áéáí ù á í í áòí áÿ úáá í á-+èüí í á çí á-áí èà). Ýðá ñòáí à ðááí ðáàð è äèÿ øèððí àáí èÿ, è äèÿ øèððí áúò ì í áí èñáé.

Í ì ðí èçáí áèòáèüí ì ñèè ðáèèð ñèñòáí áèðáðóá ì í áéí í ñèáçáðü ñèááòòü áá: í í è, èàè è ñèñòáí à McEliece, í áí ì í-áí áúñòðáá RSA, ì í ððááòò èñí í èüçí àáí èÿ áí èáá áèèí í Ùò èèò-í ì í. Áèèí á èèò-í ì í, í ááñí á-èááòü áÿ, èàè áóí á-òò, ááçíí àñí í ñòü, áí áéí áè-í óò 512-áèòí áí ì ó RSA, ðááí á 2792 áèòáí, à 1024-áèòí áí ì ó RSA - 4152 áèòáí. Á í áðáí ì ñèó-àà ñèñòáí à øèððóáð ááí í úá ñí ñéí ðí ñòüò 20869 ááèò/ñ è áàøèððèððóáð ááí í úá ñí ñéí ðí ñòüò 17117 ááèò/ñ, ðááí ðáÿ í á 80486/33 Í Áð.

Ðáí æè ì í óáèèèí àáè ððè àèáí ðèòí á. Í áðáúí áúè FAPKC0. Ýòá ñèááÿ ñèñòáí à èñí í èüçóáð èèí áéí úá èí ì í-í áí ðü è, áèááí ùí í áðáçíí, ÿáèÿàðñÿ èèèò-í ì í ððáðèáí í é. Èáæáÿ èç ááóð ñáðüáçí Ùò ñèñòáí, FAPKC1 è FAPKC2, èñí í èüçóáð í áéí èèí áéí úé è í áéí í áèèí áéí úé èí ì í í áí ð. Í ì ñèááí ÿÿ ñéí æí áá, í í á áúèà ðáçðááí ðáí à äèÿ ì í á-ááðæèè ì í áðáðèè ì ðí ááðèè ì í áèèí í ñèè.

×òí èáñáàðñÿ èð í ááááèí ñèè, á Èèòáá í áí áéí çáí èí áèèñü ÿòí é ì ðí áéáí í é (ááá ñáé-áñ ñáúøá 30 èí ñèèèòóóí á, ì óáèèèèòòü èð ðááí ðü ì í èðèí ðí áðáðèè è ááçíí àñí í ñèè). Èç áí ñòáðí-í í áí èí èè-áñòáá èñòí-í í èéí á í á èèòáèñèí ì ÿçúéá ì í áéí í áèááòü, +òí ì ðí áéáí à áúèà èçó-áí á.

Í ðèáèáèòáèüí í é ì ñí ááí í ñòüòò FAPKC1 è FAPKC2 ÿáèÿàðñÿ ðí, +òí ì í é í á í áðáæááí ù í èèáèè è ì áòáí ðáí è ÑØÁ. Ñèááí ááòáèüí í, ðáè èàè ñðí é ááèñòáèÿ ì áòáí ðá í á àèáí ðèòí Diffie-Hellman èñòáèáàð á 1997 áí áó, ÿòè àèáí-ðèòí ù í áñí ì í áí í í ÿáèÿòòñÿ í-áí ù èí ðáðáñí ùí è.

# Āēāā 20

## Āēāī ðēòì ù òēōðī āī é ī ī āī ēñē ñ ī ðēðùòùì ēēþ÷ī ī

### 20.1 Āēāī ðēòì òēōðī āī é ī ī āī ēñē (DIGITAL SIGNATURE ALGORITHM, DSA)

Ā āāōñōā 1991 āī āā Ī āōēīī āēūī ūē ēī ñōēōō ñōāī āāðōī ā ē òāōī ēēē (National Institute of Standards and Technology, NIST) ī ðāāēī āēē āēý ēñī ī ēūçī āāī ēý ā ñāī āī Ñōāī āāðōā òēōðī āī é ī ī āī ēñē (Digital Signature Standard, DSS) Āēāī ðēòì òēōðī āī é ī ī āī ēñē (Digital Signature Algorithm, DSA). Ñī āēāñī ī *Federal Register* [538]:

Ī ðāēāāāōñý Ōāāāðāēūī ūē ñōāī āāðō ī āāāīōēē ēī ōīðī āōēē (Federal Information Processing Standard, FIPS) āēý Ñōāī āāðōā òēōðī āī é ī ī āī ēñē (Digital Signature Standard, DSS). Ā ýōī ñōāī āāðōā ī ðāāēýāōñý āēāī ðēòì òēōðī āī é ī ī āī ēñē ñ ī ðēðùòùì ēēþ÷ī ī (DSA), ī ðēāī āī ūē āēý ōāāāðāēūī ūō ī ðēī āī āī ēē, ðāāōþŭēō òēōðī āī é ī ī āī ēñē. Ī ðāēī āēāī ūē DSS ēñī ī ēūçōāō ī ðēðùòùē ēēþ÷ī āēý ī ðī āāðēē ī ēō-āōāēāī ōāēī ñōī ñōēē ī ēō-āī ūō āāī ūō ē ēē-ī ī ñōē ī ōī ðāēōāēý. DSS ōāēāā ī ī āēō āŭōō ēñī ī ēūçī āāī ðāōāēē ñōī ðī ī ēē āēý ī ðī āāðēē ī ðāāēēūī ñōēē ī ī āī ēñē ē ñāýçāī ī ūō ñ ī āē āāī ūō.

Ā ýōī ñōāī āāðōā ī ðēī ēī āāōñý ñōāī ā ī ī āī ēñē ñ ī ðēðùòùì ēēþ÷ī ī, ēñī ī ēūçōþŭāý ī āðō ī ðāī āðāçī āāī ēē āēý ñī çāāī ēý ē ī ðī āāðēē òēōðī āī āī çī ā-āī ēý, ī āçŭāāāī ī āī ī ī āī ēñēþ.

Ē:

Ī ðāēī āēāī ūē ñōāī āāðō ī ðāāñōāēýāō ñī āī ē ðāçōēūōāō ī ōāī ēē ðāçēē-ī ūō ī āōī āēē òēōðī āī é ī ī āī ēñē. Ī ðēī ēī āý ðāō-ī ēā, NIST ñēāāī āāē ī ī ēī āēāī ēþ ðāçāāēā 2 Āēōā ī ēī ī ūþōāðī ī ē āāçī āñī ñōēē (Computer Security Act) 1987 āī āā ī ōī ī, ÷ōī NIST ðāçāāāōŭāāō ñōāī āāðōŭ." . . . ī āāñī ā-ēāāþŭēā ðāī ōāāēūī ūā āāçī āñī ñōē ē ñāēðāōī ī ñōū Ōāāāðāēūī ī ē ēī ōī ðī āōēē, āŭāēðāý ēç ōāōī ī ēī āēē, ī ðāāēāāþŭēō ñāāī ēī ōþ ñōāī āī ū çāŭēōŭ, ōō, ēī ōī ðāý ī āēāāāāō ī āēāī ēāā ī ī āōī āýŭēī ē ðāāī-ēī ē ē ýēñī ēōāōēōēī ī ūē ē ōāðāēōāðēōēāī ē".

Ñāāē ōāēōī ðī ā, ðāññī ī ðāī ūō ā ī ðī ōāññā ī ðēī ýōēý ðāçāī ēý āŭēē ōðī āāī ū ī āāñī ā-ēāāāī ī ē āāçī āñī ñōēē, ī ðī ñōī ōā āī-ī āðāōī ī ē ē ī ðī āðāī ī ī ē ðāāēçāōēē, ī ðī ñōī ōā ýēñī ī ðāā çā ī ðāāēū ÑŌĀ, ī ðēī āī ēī ī ñōū ī āāōī ōī ā, āēēýī ēā ī ā ī āōēī ī āēū-ī ōþ āāçī āñī ñōē ē ī āāñī ā-āī ēā ī ðāāī ī ī ðýāēā, ā ðāēā ñōāī āī ū ýōōāēōēāī ñōēēāē ōōī ēōēē ī ī āī ēñē, ðāē ē ōōī ēōēē ī ðī āāð-ēē. Ēāçāēī ñū, ÷ōī ī āāñī ā-ēōū ñī ī ōāāñōāōþŭōþ çāŭēōō Ōāāāðāēūī ūē ñēñāōī āī ī ī āēī ī ī ī āēī ē ñī ñī ñāī ē. Āŭāðāī ūē ōāī āēāōāī ðýāō ñēāōþŭēī ðāāī āāī ēý ī:

NIST ī āēāāāō, ÷ōī āāī ī ī āēī āōāāō ēñī ī ēūçī āāōū āāñī ēāōī ī. Ōēðī ēī ā ēñī ī ēūçī āāī ēā ýōī ē ōāōī ēī āēē, ī āōñēī āēāī ī ē āāī āī ñōōī ī ī ñōūþ, ī ī ñēōāēō ē ýēī ī ī ē-āñēī ē āŭāī āā ī ðāāēōāēūñōā ē ī āŭāñōāā.

Āŭāðāī ī āý ōāōī ēī āēý ī āāñī ā-ēāāō ýōōāēōēāī ā ēñī ī ēūçī āāī ēā ī āāðāēē ī ī āī ēñē ā ī ðēēī āēāī ēýō, ñāýçāī ūō ñ ēñī ī ēūçī āāī ēāī ēī ōāēāēōōāēūī ūō ēāðōī-āē. Ā ýōēō ī ðēēī āēāī ēýō ī āāðāēē ī ī āī ēñē āŭī ēī ýþōñý ā ñēāāī ē āŭ-ēñēōāēūī ī ē ñāāā ēī ōāēāēōōāēūī ūō ēāðōī-āē, ā ī ðī ōāññī ī ðī āāðē ðāāēçŭāōñý ā ī ēāā ī ūēī ē āŭ-ēñēōāēūī ī ē ñāāā, ī āī ðēī āð, ī ā ī āð-ñī ī āēūī ī ēī ī ūþōāðā, ā āī ī āðāōī ī ī ēðēī ðī āðāōē-āñēī ī ī āōēā ēēē ī ē ēī ī ūþōāðā-ī ýēī ōðāēī ā.

Ī ðāēāā, ÷āī āñā ñī āñāī çāī ōāāōñý, ī ī çāī ēūōā ī ī ā ðāçī āðāōñý ñ ī āçāāī ēýī ē: DSA - ýōī āēāī ðēòì, ā DSS ñōāī āāðō. Ñōāī āāðō ēñī ī ēūçōāō āēāī ðēòì. Āēāī ðēòì ýāēýāōñý ÷āñōþ ñōāī āāðōā.

#### Ðāāēōēý ī ā çāýāēāī ēā

Çāýāēāī ēā NIST āŭçāāēī ī ī ōī ē ēðēōē-āñēēō çāī ā-āī ēē ē ī āāēī āī ēē. Ē ñī āēāāī ēþ, ī ī ē āŭēē ñēī ðāā ī ī ēēðē-÷āñēēī ē, ÷āī ī āō-ī ūē ē. RSA Data Security, Inc., ī ðī āāþŭāý āēāī ðēòì RSA, āī çāēāāēēā ēðēōēēī ā DSS. Ī ī ē ōðāāī āāēē, ÷ōī āŭ ā ñōāī āāðō ēñī ī ēūçī āāēñý āēāī ðēòì RSA. RSADSI ī ī ēō-ēēī ī āī āēī āāī āā çā ēēōāī çēðī āāī ēā āēāī ðēòì ā RSA, ē ñōāī āāðō āāñī ēāōī ī ē òēōðī āī é ī ī āī ēñē ī ðýī ī ī ī āēēýē āŭ ī ā ñāī ōþ ñōōū āā ēī ī ī āð-āñēēō ōñī āōī ā. (Ī ðēī ā-āī ēā: DSA ī āī āýçŭāōāēūī ī ī ā ī āðōŭāāō ī āāāī ōŭ, ī ū ðāññī ī ðēēī ýōō ðāī ō ī ī çāī āā.)

Āī çāýāēāī ēý ī ī ðēī ýōēē āēāī ðēòì ā RSADSI āāēī ēī ī ī āī ēþ ī ðī ðēā "ī āŭāāī ī ī āōēý," ēī ōī ðŭē, āī çī ī āēī ī, ī ī çāī ēēō ī ðāāēōāēūñōāō ī ī āāāēŭāāōū ī ī āī ēñē. Ēī āāā āŭēī ī āŭýāēāī ī, ÷ōī āēāī ðēòì ī ā ēñī ī ēūçōāō ī āŭēē ī ī-āōēū, ēðēōēēā āŭēā ī ðī āī ēāāī ā ñ āðōāēō ī ī çēōēē [154], ēāē ñ ī ī ī ūēþ ī ēñāī ā NIST, ðāē ē ñ ī ī ī ūēþ çāýāēā-ī ēē ā ī ðāññā. (×āðŭðā ī ēñŭī ā ā NIST ī ī ýāēēī ñŭ ā [1326]. ×ēðāý ēð, ī ā çāāŭāēōā, ÷ōī ī ī ēðāēī āē ī āðā āāā āāōī-ðā, ðēāāñō ē Ōāēēī āī, āŭēē ōēī āī ñī āī çāēī ōāðāñī āāī ū ā ōī ī, ÷ōī āŭ DSS ī ā āŭēē ī ðēī ýð.)

Ī ī ī āēā āī ēŭēā ēī ī ī āī ēē, ðāçðāāāōŭāāþŭēā ī ðī āðāī ī ī ī ā āāñī ā-āī ēā, ēī ōī ðŭā ōāē ēēōāī çēðī āāēē āēāī-ðēòì RSA, ōāēāā āŭñōōī ēēē ī ðī ðēā DSS. Ā 1982 āī āō ī ðāāēōāēūñōāī ī ī ī ðī ñēēī ī ðāāī ñōāāēōū āī ō āēāī ðēòì ū ñ ī ðēðùòùì ēēþ÷ī ī āēý āŭāī ðā ī āī ī āī ēç ī ēō ā ēā-āñōāā ñōāī āāðōā [537]. Ī ī ñēā ýōī āī ā ōā-āī ēā āāýðē ēāō ī ð NIST ī ā āŭēī ī ēēāēēō ēçāāñōēē. Ōāēēā ēī ī ī āī ēē, ēāē IBM, Apple, Novell, Lotus, Northern Telecom, Microsoft, DEC ē Sun ī ī ðāðāēēē ī ī ī āī āā, ðāāēēçŭý āēāī ðēòì RSA. Ī ī ē ī ā āŭēē çāēī ōāðāñī āāī ū ā ī ī ōāðā ēī āāñēōēē.

Āñāāī ē ēī ī ōō ī āðāī āī ī āðēī āā ī āñōāāāī ēý (28 ōāāðāēý 1992 āī āā) NIST ī ī ēō-ēē 109 çāī ā-āī ēē. ðāññī ī ðēēī ī ī ī ðýāēō ēðēōē-āñēēā çāī ā-āī ēý ā āāðāñ DSA.

- 1. DSA ī āēūçý ēñī ī ēūçī āāōū āēý òēōðī āāī ēý ēēē ðāññī ðāāāēāī ēý ēēþ÷ī āē.

Ī ðāāēēūī ī, ī ī ñōāī āāðō ē ī ā ðāāōāōō ī āēē-ēý ýōēō āī çī ī āēī ī ñōāē. Ýōī ñōāī āāðō ī ī āī ēñē. NIST ī ī āāī ōī āēōū ñōāī āāðō òēōðī āāī ēý ñ ī ðēðùòùì ēēþ÷ī ī. NIST ñī āāðōāāō āī ēŭōþ ī ōēāēō, ī ñōāāēýý āī āðēēāī ñēēē ī āðī ā āāç ñōāī āāðōā òēōðī āāī ēý ñ ī ðēðùòùì ēēþ÷ī ī. Ī ī āñāē āāðī ýōī ñōēē ī ðāāēī āēāī ūē ñōāī āāðō òēōðī āī é ī ī āī ē-ñē āōāāō ī āāī çī ī āēī ēñī ī ēūçī āāōū āēý òēōðī āāī ēý. (Ī ī ī ēāçŭāāāōñý, ÷ōī āī çī ī āēī ī - ñī. ðāçāāē 23.3.) Ýōī ī ā çī ā-āāō, ÷ōī ñōāī āāðō ī ī āī ēñē āāñī ī ēāçāī.

- 2. DSA āŭē ðāçðāāī ðāī NSA, ē ā āēāī ðēòì ā ī ī āōō āŭōū ñī āōēāēūī ūā ēāçāēēē.



Áí eüøeí nòái í aðaí í a-æüí úð eí í í aí oððeáa áúeè í ðí nòí í aðaí í eáæüí úí è: "Í oððeáí eá NIST nòúañðoáð-  
úeð æaí ðeòí í á áac æeáeí úð í ðe-eí í á aí oððeáð aí áaðeý è DSS, à oñeèeáað í í áí çðaí eá, +oí nòúañðoáð oàe-  
í äý í ðí aðaí í á, nòðái ýúañýñý í í çáí eèou NIST è/eèè NSA añeðúaaou í áoèí í æüí óð eðeí oí ñeñðái ó ñ í oèðúouí  
eèð-ií " [154]. Ñaðuací úe aí ðí ñ í oí ñeðoáeüí í áací í añí í ñòe DSA áúe çáaí Áðæaí í í Èaí nòðí e (Arjen  
Lenstra) è Ñòðaðòí í Óaáaðí í (Stuart Haber) eç Bellcore. Í í aóáað ðañní í oðái í eáa.

### 3. DSA í aæái í áa RSA [800].

Áí eáa eèè í aí áa ñí ðáaáeèeáí. Ñeí ðí ñòe áaí aðaòeè í í áí eñe í ðeí aðí í í æeí æeí áú, í í ðí áaðeá í í áí eñe ñ  
í í í úúð DSA í ð 10 áí 40 ðac í aæeí í áa. Í áí æeí áaí aðaòeý eèð-aé áúñòðaa. Í í ýòá í í aðaòeý í æeí oáðañí á,  
í í eüçí áaðaèü ðaæeí í ðeí aí ýað áa. Ñ aðoái è nòí ðí ú í ðí áaðeá í í áí eñe - ýoí í æeí eáa -añòäý í í aðaòeý.

Í ðí æeí á eðeðeèe á oí í, +oí nòúañðoáð í í í áí ñí í ñí á í í eáðoú í aðaí aððái è oañeðí áaí eý, áí æeááýñú  
í óaí úð ðacóeüoáóí á. Í ðáaáaðeðoáeüí úá áú-eñeáí eý í í áóó oñeí ðeou áaí aðaòeð í í áí eñe DSA, í í í í è í á áñááa  
áí çí í æí ú. Ñoí ðí í í eèè RSA í í áeððayò -eñeá oáe, +oí áú áúáaèeou í ðaèí oúañðoá ñaí áaí æeí ðeou á, à nòí ðí í -  
í eèè DSA eñí í eüçóðò ñaí è ñí í ñí á í í oèí eçaðeè. Á eðáí í ñeó-aa eí í í úðoáðú nòái í äýñýñý áñá áúñòðaa è áúñò-  
ðaa. Óí oý ðaçí eoa á ñeí ðí ñòe è nòúañðoáð, á áí eüøeí nòáa í ðeèí æaí è è í í á aóáað çai aðí á.

### 4. RSA - ýoí nòái áaðò de facto.

Áí ð áa í ðeí aða í í áí áí úð æeí á. Í eñúí í ðí áaðòá Óí eèaðá (Robert Follett), æðæeóí ða í ðí aðaí í ú nòái áað-  
òeçaðeè eí í í áí èè IBM [570]:

IBM ñ-eðað, +oí NIST í ðaæeí æeè nòái áaðò nòái ú oèðóí áí è í í áí eñe, í oèe-áðúeéñý í ðí ðeí èí aai úð í æeáóí aðí áí úð  
nòái áaðòí á. Í í eüçí áaðaèè è í ðaí eçaðeè í í eüçí áaðaèeé oáaèeè í áñ á oí í, +oí í í áaðæeá í æeáóí aðí áí úð nòái áaðòí á, eñ-  
í í eüçóðúeè RSA, á ñaí í í æeææeçóai aóáoúai nòái áð í áí áoí æeí úí oñeí æeáí í ðí áaæè ñðáañóá í áañí a-áí eý áací í añí í ñòe.

Í eñúí í Èañá Øðí aða (Les Shroyer), æeðo-í ðaçeðoí oà è æðæeóí ða eí í í áí èè Motorola [144]:

Ó í áñ áí æeáí áúou áæeí úe, í áaæeí úe, í ðeçí áí í úe áñai è æeáí ðeou oèðóí áí è í í áí eñe, eí oí ðúe í í æí í eñí í eüçí áaðú í í  
áñai ó í eðó eáè í æeáó áí aðeéaí ñeèí è è í áaí aðeéaí ñeèí è í áúæeðai è, oáe è í áæáó ñeñoái áí è eí í í áí èè Motorola è ñeñoái á-  
í è aðoáeó í ðí eçáí æeðæeé. Í oñoóoáeá aðoáeó æeçí áñí í ñí áí úð oáoí í í æeé oèðóí áí è í í áí eñe çá í í ñeáaí eá áí ñaí ú eáð ñaa-  
eáeí RSA oáeðe-áñeèí nòái áaðòí . . . Motorola è í í í áeá aðoáeá eí í í áí eè. . . æeí æeèè á RSA í eèeéí ú áí eèaðí á. Í ú ñí-  
í í áaáaí ñý áí açaeí í áæeñoáeè è áí çí í æí í ñòe í í áaðæeè áaðò ðaçeè-í úð nòái áaðòí á, oáeí á í í eí æaí eá í ðeááaao è ðí nòó ðañ-  
oí áí á, çááaðæeé ðaçáaðúáaí eý è oñeí æaí áí eð ñeñoái . . .

Í í í æeí eí í í áí eýí oí oáeí ñú, +oí áú NIST í ðeí ýe ISO 9796, í æeáóí aðí áí úe nòái áaðò oèðóí áí è í í áí eñe,  
eñí í eüçóðúeè RSA [762]. Óí oý ýoí è ñaðuací úe aðaóí áí ð, í í áaí ñoáðí +aí, +oí áú í ðeí ýou í æeáóí aðí áí úe  
nòái áaðò á eá-añòáa í áoèí í æüí í áí. Áañí eaoí úe nòái áaðò eó-øá í oáa-æe áú í áúañðoáí úí eí oaðañai Ñí aæe-  
í áí í úð Øðoáí á.

### 5. Áúáí ð í áoèí í æüí í áí æeáí ðeou í á áúe í oèðúouí, í á áúeí áaí í áí ñoáðí +í í aðaí áí è æeý áí æeçá.

Ñí á-æeá NIST oáaðæææe, +oí ðaçðaaí oáe DSA ñaí í ñoí ýoáeüí í, çaðaí í ðeçí æe í í í úú NSA. Í æeí áó NIST  
í í áoáaðæeè, +oí NSA ýæeýañý áaoí ðí í æeáí ðeou á. Ýoí í í í áeó í áañí í eí eèí - NSA í á áí oðaðò eðpayí áí áaðeá.  
Áææá oáe, æeáí ðeou áúe í í oáeèeí áaí è áí ñoóí áí æeý áí æeçá, eðí í á oí áí, NIST í ðí áeèè áðai ý áí æeçá è eí í -  
í áí oèðí áaí eý æeáí ðeou á.

### 6. DSA í í æað í áðoçaðú aðoáeá í áoái óú. Ýoí oáe. Ýoí ð áí í ðí ñ aóáað ðañní í oðái á ðaçæeá, ðañní àðeæaáð- úeí í áoái óú.

### 7. ðaçí að eèð-a ñeèøeí í í æe.

Ýoí áæeí nòái í í ñí ðáaáeèeáý eðeðeèa DSS. Í aðaí í a-æüí í í ðaæeáaæeí ñú eñí í eüçí áaðú í í áoèü æeéí é 512  
æeóí á [1149]. Òæe eáe áací í añí í ñou æeáí ðeou á í í ðaáeýañý ñeí æeí í ñoúð áú-eñeáí eý æeñeðaoí úð eí áaðeóí í á  
í í çáaí í í í ó í í áoèð, ýoí ð áí í ðí ñ áí eí í áæe í í í áeó eðeí oí aðaóí á. Ñ oáó í í ð áú-eñeáí eá æeñeðaoí úð eí áaðeó-  
í í á á eí í á-í í í í í eá áí ñòeáeí í í ðaáeáí í úð oñí aóí á, è 512 æeóí á ñeèøeí í í æeí æeý áí eáí aðaí áí í í è í í áí eñe  
(ñí . ðaçææe 7.2). Ñí æeáñí í Áðayí ó Èáí á-+èà (Brian LaMacchia) è Ýí áðð Í æeúæeí (Andrew Odlyzko), " . . . áææá  
áací í añí í ñou, í áañí a-èáaáí äý 512-æeóí áúe í ðí ñoúe è +eñeá è, í í æeáeí í í ó, í áoí áeðñý í á í ðáaæeá . . . " [934].  
Á í oáað í á ýòe çai á-áí eý NIST ñáææeè æeéí ó eèð-a í áðái áí í é, í ð 512 áí 1024 æeóí á. Í áí í í áí, í í áñ-  
òæè è í í eó-øá.

19 í äý 1994 áí áa áúe eçáaí í eí í +aðaèüí úe áaðeáí ð nòái áaðòá [1154]. Í ðe ýoí í áúeí ñeáçáí í [542]:

Ýoí ð nòái áaðò í í æað í ðeí áí ýoúñý áñai è Óaáaðæeüí úí è áaí aðoái áí oái è è oí ðaæeáí eýí è æeý çáúeðú í áñeðaðí í é eí -  
oí ðí aóeè. . . Ýoí ð nòái áaðò aóáað eñí í eüçí áaí í ðe í ðí áeðeðí áaí è è ðaæeçaðeè nòái í í áí eñe ñ í oèðúouí è eèð-aí è, eí-  
oí ðúá ðaçðáaðúáaáðò Óaáaðæeüí úá áaí aðoái áí óú è oí ðaæeáí eý, eèè eí oí ðúá ðaçðáaðúáaáðòñý í í eç çææaçó. ×añoí úá è eí í -  
í áð-áñeèeá í ðaí eçaðeè è í áóó í ðeí ýou è eñí í eüçí áaðú ýoí ð nòái áaðò.

Í ðaææá +aí í í eüçí áaðuñý ýòeí nòái áaðòí è ðaæeçí áúáaðú áaí, í ðí -ðeðá í eæá ðaçææe í í áoái ðað.

## Í í eñáí eá DSA

DSA, í ðaáñoáæeýðúeè ñí áí è áaðeáí ð æeáí ðeou í á í í áí eñe Schnorr è ElGamal, í í eí í ñoúð í í eñáí á [1154].

Àεãî ðεòì εñî ï εüçóáò ñεááöþùεà ï àðàì áòðù:

$p = \text{ï ðì ñòíá } \div \text{εñέí } \text{áεεí íé } L \text{ áεòí á, } \text{ááá } L \text{ ï ðεí εì ááò çí á-áí εá, } \text{εðáòí íá } 64, \text{ á áεàí áçí í á íò } 512 \text{ áí } 1024. (\text{Á } \text{ï áðáí í á-áεüí í ï ñòáí ááðòá ðαçì áð } p \text{ áúε } \text{óεεñεðí ááí } \text{é ðáááí } 512 \text{ áεòáì } [1149]. \text{Ýòí áúçááεí ï í íáεáñòáí εðεòε-} \text{áñεεò çàì á-áí εé, } \text{é NIST } \text{ýòí ò ï óí εò áεáí ðεòì á } [1154].)$

$$q = 160\text{-áεòí áí é } \text{ï ðì ñòíá } \div \text{εñέí} - \text{ï í íáεòáεü } p-1.$$

$$g = h^{(p-1)/q} \text{ mod } p, \text{ ááá } h - \text{εþáí á } \div \text{εñέí, } \text{ì áí üóáá } p-1, \text{ áεý εí òí ðí áí } h^{(p-1)/q} \text{ mod } p \text{ áí εüóá } 1.$$

$$x = \div \text{εñέí, } \text{ì áí üóáá } q.$$

$$y = g^x \text{ mod } p.$$

Á áεãî ðεòì á ðáεáα εñî ï εüçóáòñý í áí í í áí ðááεáí í áý óýφ-óóí εóεý:  $H(m)$ . Ñòáí ááðò ï ï ðáááεýáò εñî ï εüçí ááí εá SHA, ðáññî ï ððáí í í áí á ðαçááεá 18.7.

Í áðáúá ððε ï áðàì áòðá,  $p, q$  é  $g$ , ï ðεðùòù é ï í áóó áúòú í áúεì é áεý ï ï εüçí ááðáεáé ñáðε. Çáεðùòùì εεþ-ï ï ýáεýáòñý  $x$ , á ï ðεðùòùì -  $y$ .  $\times$ óí áú ï í áí εñáòú ñí í áúáí εá,  $m$ :

(1) Áεεñá ááí áðεðóáò ñεó-áεí í á  $\div \text{εñέí } k$ , ï áí üóáá  $q$

(2) Áεεñá ááí áðεðóáò

$$r = (g^k \text{ mod } p) \text{ mod } q$$

$$s = (k^{-1} (H(m) + xr)) \text{ mod } q$$

Áá ï í áí εñüþ ñεóáεò ï áðàì áòðù  $r$  é  $s$ , í í á ï ï ñüεááò εò Áí áó.

(3) Áí á ï ðí ááðýáò ï í áí εñü, áú-εñέýý

$$w = s^{-1} \text{ mod } q$$

$$u_1 = (H(m) * w) \text{ mod } q$$

$$u_2 = (rw) \text{ mod } q$$

$$v = ((g^{u_1} * y^{u_2}) \text{ mod } p) \text{ mod } q$$

Áñεé  $v = r$ , òí ï í áí εñü ï ðááεεüí á.

Áí εáçáðáεüñóáá ï áðáì áðε-áñεεò ñí ï óí í óáí εé ï í áéí í áεòε á [1154]. 19th ï ðááñðááεýáò ñí áí é εðáðεí á ï ï ε-ñáí εá áεáí ðεòì á.

### Óááε. 20-1. Ï í áí εñε DSA

#### Í ðεðùòùé εεþ-:

$p$  ï ðì ñòíá  $\div \text{εñέí } \text{áεεí íé } \text{íò } 512 \text{ áí } 1024 \text{ áεòí á (ï í áεáò εñî ï εüçí ááðúñý áðóí í í é } \text{ï ï εüçí ááðáεáé)}$

$q$  160-áεòí áúε ï ðì ñòí é ï í í áεòáεü  $p-1$  (ï í áεáò εñî ï εüçí ááðúñý áðóí í í é ï ï εüçí ááðáεáé)

$g = h^{(p-1)/q} \text{ mod } p, \text{ ááá } h - \text{εþáí á } \div \text{εñέí, } \text{ì áí üóáá } p-1, \text{ áεý εí òí ðí áí } h^{(p-1)/q} \text{ mod } p > 1 \text{ (ï í áεáò εñî ï εüçí ááðúñý } \text{áðóí í í é } \text{ï ï εüçí ááðáεáé)}$

$y = g^x \text{ mod } p$  ( $p$ -áεòí áí á  $\div \text{εñέí}$ )

#### Çáεðùòùé εεþ-:

$x < q$  (160-áεòí áí á  $\div \text{εñέí}$ )

#### Ï í áí εñü:

$k$  áúáεðááòñý ñεó-áεí í, ï áí üóáá  $q$

$r$  (ï í áí εñü) =  $(g^k \text{ mod } p) \text{ mod } q$

$s$  (ï í áí εñü) =  $(k^{-1} (H(m) + xr)) \text{ mod } q$

#### Ï ðí ááðεá:

$w = s^{-1} \text{ mod } q$

$u_1 = (H(m) * w) \text{ mod } q$

$u_2 = (rw) \text{ mod } q$

$$v = ((g^{u_1} * y^{u_2}) \bmod p) \bmod q$$

Άνευ  $v = r$ , οί ι ι άι ενυ ι δααεεύι ά.

**Ονει δυβρεα ι δαααδεδοαεύι ύα άυ-ενηεί έυ**

Ά 18-έ ι δεαααάι ύ ι δει άδύ ηεί δι ηοε δααί ού ι δι άδαι ι ι ύο δααεεçαοέε DSA [918].

**Όααε. 20-2.**

**Νείδιηού DSA άεý δαçέε-ι ύο άεεί ι ιάοεάε η 160-άεδίάύι ι ιέαçαοάεάι ηοάι άί ε (ι ά SPARC II)**

	512 áεδίά	768 áεδίά	1024 áεδά
Ί ι άι ενυ	0.20 η	0.43 η	0.57 η
Ί δι άαδεά	0.35 η	0.80 η	1.27 η

Ί δαεοε-άνεεά δααεεçαοέε DSA -ανήι ι ιάιι όηεί δεδού η ι ιι ι ύιυ ι δαααδεδοαεύι ύο άυ-ενηεί έε. Ί άδαοεά άι έι άί έα, +οί çí ά-άί έα  $r$  ι ά çάεηέο ι ο ηι ι άύαί έý. Ί ιάιι ηι çάαου ηόδι έο ηέο-αεί ύο çí ά-άί έε  $k$ , ε çάοάι δάη-η-εοάου çí ά-άί έý  $r$  άεý έαεάι άι εç ι έο. Ί ιάιι οάεα άυ-ενηέου  $k^{-1}$  άεý έαεάι άι εç ýοεό çí ά-άί έε  $k$ . Çάοάι , έι-άα ι δεοί άεο ηι ι άύαί έα, ι ιάιι άυ-ενηέου  $s$  άεý çάαί ι ύο  $r$  ε  $k^{-1}$ .

Ýοε ι δαααδεδοαεύι ύα άυ-ενηεί έý çάι αοί ι όηεί δυβρε DSA. Ά 17-έ ι δεαααάι ύ ηδαί άί έý άδαι άί ε άυ-ενηεί έý DSA ε RSA άεý έι ι έδαοί ι έ δααεεçαοέε έι οάεεάεοάεύι ι έ έαδοί -έε [1479].

**Όααε. 20-3.**

**Νδαί άί εα άδαι άί ε άυ-ενηεί έε RSA ε DSA**

	DSA	RSA	DSA η ι άύει ε $p, q, g$
Άεί άεεύι ύα άυ-ενηεί έý	Off-card (P)	N/A	Off-card (P)
Άάι άδαοέý έεβ-ά	14 η	Off-card (S)	4η
Ί δαααδεδοαεύι ύα άυ-ενηεί έý	14 η	N/A	4 η
Ί ι άι ενυ	0.03 η	15 η	0.03 η
Ί δι άαδεά	16 η	1.5 η	10 η
	1-5 η off-card (P)	1-3 η off-card (P)	

Άυ-ενηεί έý άι ε έαδοί -έε (off-card) άύι ι έι ýεεηυ ι ά ι άδι ι άεύι ιι έι ι ι ύοάδα ι80386/33 Ί Άο. (P) οέαçύαα-άο ι οεδύοάι ι άδαι αοδύ off-card, α (S) - ι ά çαεδύοάι ι άδαι αοδύ off-card. Ά ι άί έο άεάι δεοί άο ενι ι έυçοάοηý 512-άεδίάύε ι ι άοέυ.

**Άάι άδαοέý ι δι ηο ύο -ενηε DSA**

Έάι ηόδα ε Όαααδ οεαçαεε, +οί αçείι αου ι άείοι δύα ι ιάοεε ι άι ι ι άι έαά-α, +αι άδóαεα [950]. Άνεε εοι-ι έαόάυ çαηόααεο ι ι έυçι ααοάεε ηάοε ενι ι έυçι ααου ι άεί εç οάεεο ηεάαύο ι ι άοεάε, οί εο ι ι άι ενε αόααο έαά-α ι ι άααεαου. Όαι ι ά ι άι άα ýοι ι ά ι δααηόααεýαο ι δι άεάι ύ ι ι άαοί ι δε-εί άι : οάεεα ι ιάοεε έαάει ι άι άδóαεου, ε ι ι ε οάε δαα-έε, +οί ααδι ýοι ι ηου ηέο-αείι ενι ι έυçι ααου ι άι ι άι εç ι έο ι δάι ααδάεει ι ι άεα, ι άι ύοά, +αι ααδι ýοι ι ηου ηέο-αείι ι ι έο-εου ηι ηοάι ι ά -ενηε ι ά άύοι άα ααδι ýοι ι ηοι ι ε δι οάαοδύ άάι άδαοέε ι δι ηο ύο -ενηε.

Ά [1154] NIST δαει ι άι άι άε έι ι έδαοί ύε ι αοί ά άάι άδαοέε άαοό ι δι ηο ύο -ενηε,  $p$  ε  $q$ , άα  $q$  ýάεýαοηý άαεεοά-εάι  $p-1$ . Άεεί α ι δι ηοι άι -ενηε  $p$  - ι αεάο 512 ε 1024 ε έδαοί α 64 -άεδάι . Ί όηου  $L-1 = 160n+b$ , άα  $L$  - ýοι άεεί α  $p$ , α  $n$  ε  $b$  - άα -ενηε, ι δε-αι  $b$  ι άι ύοά 160.

- (1) Άύααδαι ι δι εçάι έύι όβ ι ι ηεάι ααοάεύι ι ηου, ι ι έδαείάε ι άδα, 160 áεδίά ε ι άçι άάι άα S. Ί όηου  $g$  - ýοι άεεί α S άεοάο.
- (2) Άυ-ενηεεί  $U = \text{SHA}(S) \oplus \text{SHA}((S + 1) \bmod 2^s)$ , άα SHA ι ι ενάι ά δαçαάεα 18.7.
- (3) Ί άδαçοάι  $q$ , όηοάι ι άεά ι άεάι έυοεε ε ι άει άι ύοεε çí ά-αύεά áεου  $U$  α 1.
- (4) Ί δι άαδει , ýάεýαοηý έε  $q$  ι δι ηο ύι .
- (5) Άνεε  $q$  ι ά ýάεýαοηý ι δι ηο ύι , δι ααδι άι ηý ι ά ýοάι (1).



## Θεοδίηαι εα RSA η DSA

Θεοδίηαι εα RSA ατα ι δι τα. Εηι ι ευχογυ ι ι αοου n, ηι ι ατα εα m ε ι οεδουουε εεβ+ e, αυγι αιι  
DSAsi gn(n, n, m, e, 0, 0, r, s)

Αι καδαυαι ι ι α α αι εα r ε ανου θεοδιηαι. Ααθεοδεδιηαι εα RSA γαεγαονυ οι ι ι οαειι αα. Αηεε d - κα-  
εδουουε εεβ+, οι

DSAsi gn(n, n, m, d, 0, 0, r, s)

αι καδαυααο ι οεδουουε οαειηο εαε κι α αι εα r.

## Ααγι αιι η ηου DSA

Ν 512 αεοαι ε DSA ι ααι ηοαοι ι ι ι αααααι αεγ αεοαευι ι ε ααγι αιι η ηου, ι ι ι αι ι ει α ι αααααι ι δε 1024 αε-  
οαο. Α ηαι αι ι αδα ι καγαεαι εε ι α γοο οαι ο NSA οαε ει ι ι αι οεδιηαι οααααααι εα Ααηι Υααδι αοε (Joe Aber-  
nathy) εχ The Houston Chronicle ι ι ι αι αο εακαεεε α DSS [363]:

×οι εαηαοοηι ι οααι ι εαααι ι ε εακαεεε α DSS. Ι ι η-εοααι, +οι οαδι ει "εακαεεε" ααι αεο α καεοεααι εα, οαε ι ι ι οααι ι εα-  
ααο, +οι αδακ εακαεεε ι ι αι ι εαε-οι δαηθεοδιηαου (ι δι +εοαου) καθεοδιηαι ι α ηι ι ατα ι εγ, ι ι αι εηυαααι α η ι ι ι ι υβ  
DSS, αακ δακαοαι εγ ι οι δαεεοαεγ.

DSS ι α θεοδοαο ι εεαεεο ααι ι υο. Ι ι ηοε α ι ι δι ηι ι γαεγαονυ, ι α ι ι αο εε εοι-οι ι δε ι ι ι υε DSS ι ι ααααου ι ι αι εηυ, ε,  
οαειι ι αδακι ι, αεηεοαεοεδιηαου ηη ηεηοι ο. Ι ι εαοααι δε-αηεε καγαεγαι, +οι ααδι γοι ι ηου, +οι εοι-ι εαοαυ - αεεβ-αγ NSA -  
ηι ι αοο ι ι ααααου ι ι αι εηυ DSS, ι δε ι δαεεευι ι η ηηι ι ευκι αιι εε ηοαι ααδθα ααηει ι α ι ι αεα.

Αι εαα οηαι, ι οααι ι εηαι εα ι +οαηεοαευι ι ηοε ε εακαεεε ηι δααααεααι αεγ εβαι ε ηεηοι α ι οηιαδεε ι ι αεει ι ηοε η ι ο-  
εδουουι ε εεβ+αι ε, αεεβ+αγ RSA. Οααααααι εα, +οι γοι αεεγιο οηι ευει ι α DSS (αδαοι αι ο, ι ι ι οεγδι υε α ι δαηηα), ι ι ε ι ηουβ  
ι ααοι ι. Αι ι δι ηι α δαεεκαεε ε ηι ηηι αα αται δα ι δι ηουο +εηαε. Ι ι ι δευαααι ααη οαεεου αι ει αι εα ι ααααι αε ει ι οααι οεε  
EUROCRYPT, αα "κα εδοαευι ηοι ει ι" ι αηεααηηι αι ι δι ηι εακαεε α DSS. Ι αι ει εχ ο-αηοι εει α ι αηεαααι εγ αυε ι αει εχ εη-  
ηεααι ααοαεε εχ Bellcore, οαααααααοεε ι αι κι ι αηι ηοε εακαεεε, ε ι ι ι αοαι ο ι ι ι ει αι εβ ο-αηοι εεε αεηεοηηεε - αεεβ+αγ  
γοι αι εηηεααι ααοαεγ εχ Bellcore - ι δεοεε ε αται αο, +οι αι ι δι ηι εακαεεε α DSS ι α ι δαηηααεγιο ι οηι εααι υ. Αι εαα οηαι, αηαι ε  
αυει ι δεκι αι ι, +οι αι ι δι ηι ι εακαεεε γαεγαονυ οδεαεαευι ι η ε αυε δακαοο ι δαηηι ε. Ι αι αει, ι υοαηυ ι ι ι δι ηυαα NIST ι οαοεου  
ι ι ααει αι εα ι εακαεεε, ι ι δακαααι οαεε ι δι οαηη αι αδαοεε ι δι ηουο +εηαε, ι ι και εγβυεε εκααεου αται δα ι αι ι αι εχ ι οι ι ηε-  
οαευι ι ααι ευοηαι +εηεα ηεααυο ι δι ηουο +εηαε, εηι ι ευκι αιι εα ει οηι οηι ι ηεααεγιο DSS. Εοι ι α οηαι, NIST ι αηεαααο ι α εη-  
ι ι ευκι αιι εε ι ι αοεαε αι ευοαε αεει υ, αι ει ου αι 1024, +οι ι ι και εγιο ι α ι ι ευκι αοοηυ δακαααι οαι ι υι ι δι οαηηι ι ααι αδαοεε  
ι δι ηουο +εηαε, εκαααγ ηεααυο ι δι ηουο +εηαε. Ι α ι υ αααι υι αι ι ι ει οαευι υι ι ι ι α οηι, ι α ει οηι οηι +αηοι ι α ι αδαυαβ  
αι ει αι εα, γαεγαονυ οηι, +οι ι δε εηι ι ευκι αιι εε DSS ι δι ηουα +εηεα ι ααααι ηοοι ι υ ε, ηεααι αοαευι ι, ι ι αοο αουο ι δααι αοι ι  
ι οεδουοηαι εχο+αι εγ. Ι α αηα ηεηοαι υ η ι οεδουουε ε εεβ+αι ε ηηι ηηι αι υ ι δι εοε ι ι αι αι οβ ι δι ααδεο.

Οαει ηοι ι ηου εβαι ε ηεηοαι υ καυεου ει οηι οηι οαεε οδααοαο ι αδαοεου αι ει αι εα ι α δαεεκαεεβ. Ο-εουααγ ογκαει ι ηου ηεη-  
οαι η ι εεεει ι αι ε δααι ι ι δααι υο ι ι ευκι ααοαεε, NSA ι ι οδαεοεε ι αηεαααο ι α εηι ι ευκι αιι εε οαι οδαεεκι αιι ι υο αι αααι -  
ι υο οαι οηι α εαε ι α ηηι ηηαι ι ει ει εχεοδιηαου δεηε α ηεηοαι α. Οηογ ι υ ι ι ι δι ηυαα NIST ε δακαααι οαεε δυα οαοι ε-αηεεο ι ι αε-  
οεεαοεε DSS, ι ι και εγβυεε δαεεεκι ααου ι αι αα οαι οδαεεκι ααι ι υε ι ι αοηα, αηα αε ι οαει ι αηαεεου οο +αηου ι αυγαεαι εγ ι  
DSS α Federal Register, α ει οηι ε αι αι δεοηυ:

"Οηογ γοι ο ηοαι ααδθ αι εααι ι ααηι α-εου ι αυεα οδααι αι εγ ααγι αιι η ηου ααι αδαοεε θεοδιηαου ι ι αι εηαε, ηηι οααηοηεα  
ηοαι ααδθο ι α ι ααηι α-εαααο ααγι αιι η ηου ει εδαοι ι ε δαεεκαεεε. Ι οααηοααι ι α εεοι α εαααι ι ααι αδαοι αι οα εεε οηι δαεε-  
ι εε αι εαι ι ααδαι οεδιηαου, +οι ι αυαγ δαεεκαεεβ ααδαι οεδοαο ι δεαι εαι υε οδιηαι υ ααγι αιι η ηου. NIST ι δι αι εαεεο δααι οο η  
ι δαεεοαεηυοααι ι υι ε ι ι ευκι ααοαεγ ι ε, ι ααηι α-εααγ ι δαεεευι ι ηου δαεεκαεεε."

Ι αει ι αο ι υ εχο-εεε αηα οααααααι εγ ι ι ααααγι αιι η ηου DSS, ε ι ι ε ι αν ι α οαααεεε. DSS αυε οαηεοαευι εχο+αι α NSA,  
+οι ι ι και εεει ι αοαι ο Αεδαοι δο ι ι ααγι αιι η ηου ει οηι οηι αοει ι ι υο ηεηοαι δακαοεου εηι ι ευκι ααου γοι ο ηοαι ααδθ αεγ ι ι α-  
ι εηε ι αηεδαοι υο ααι ι υο, ι αδαααοααααι υο α ι ι δαααεαι ι υο δακαααοααοαευι υο ηεηοαι αο, ε αααα αεγ ι ι αι εηε ηαεδαοι υο ααι -  
ι υο α δυαα ηεηοαι. Ι ι η-εοααι, +οι ι ι αι αι ι α ι δεκι αι εα ηαεααοαεηυοαοο ι ι ααι κι ι αει ηοε εαει αι εεαι ααδι γοι ι αι αηεδουεγ  
ααγι αιι η ηου, ι ααηι α-εαααι ι ε DSS ι δε ααι ι δαεεευι υο δαεεκαεεε ε εηι ι ευκι αιι εε. Ι ηι ι αυαγ ηυ ι α δαααι ααι εγ ο ι δαεε-  
οαεηυοαα NCA ε οαοι εεα ε ααγι αιι η ηου θεοδιηαου ι ι αι εηαε, ι ι η-εοααι, +οι DSS γαεγαονυ εο+οει αται δι ι. Α ααηεοαε-  
οαευι ι ηοε, DSS αηυοοι ααο α εα-αηοαα ι εει οηι ι αι ι οηι εοα ηεηοαι υ καυεου ηηι αται εε (Defense Message System), ι δεκααι ι ι αι  
ααδαι οεδιηαου ι ι αεει ι ηου γεαεοδι ι υο ηηι αται εε αεγ αεκι αι ι ι αααι υο ει ι αι α ε ει οηι εηι ι ε ει οηι οηι οεε. Υοα ι α-αεη-  
ι αγ ααι ι ι ηδαοεγ αεεβ+ααο ο-αηεα Εηι εοαα ι α-αεηι εει α οαααι α, αι αι ι υο ηεοαε ε ι αι οηι ι υο αααι ι ηα ε ι οηι αι εοηυ α  
ει ι ι αδαοεε η NIST.

Β ι α ηηαεδαβηυ ηι ι ι αι οεδιηαου εηοει ι ηου καγαεαι εγ NSA. Ι δει ει αου ααι ι α αδο εεε ι αο - καεηεο ι ο αα-  
οααι ε ι αι ο ηοι ι οαι εγ.

## Αηεδυοεγ k

Αεγ εαααι ε ι ι αι εηε ι οαει ι ι αηα κ ι α α αι εα k, ει οηι δα αι εαι ι αααεδαοηυ ηεο+αει υι ι αδακι ι. Αηεε Ααα ογ-  
ι ααο k, ει οηι δα Αεεηα εηι ι ευκι ααεα αεγ ι ι αι εηε ηηι αται εγ, ι ι αοο αουο αι ηηι ι ευκι αααοεηυ ι αει οηι οηι ε ηαι ε-  
ηοααι ε ααι αδαοι δα ηεο+αει υο +εηαε, ει οηι οηι ααααο k, ι ι α ηηι αοο δαηεδουου καεδουουε εεβ+ Αεεηυ, x. Αηεε  
Ααα αι οααο ααα ηηι αται εγ, ι ι αι εηαι ι υο η ηηι ι υβ ι αι ι αι ε οηαι αα k, οηι, αααα ι α κι αγ κι α αι εα k, ι ι α ηηι ι -  
αοο δαηεδουου x. Α η ηηι ι υβ x Ααα ηηι αοο οαει ι ι αααεααου ι ι αι εηυ Αεεηυ. Α εβαι ε δαεεκαεεε DSA αεγ  
ααγι αιι η ηου ηεηοαι υ ι α αι υ ααααι οηι οηι οεε ααι αδαοι δ ηεο+αει υο +εηαε [1468].

## Ι ι ηηι η ηου ι αταηι ι ι αοεγ

Οηογ DSS ι α ι ι δαααεγιο ι δει αι αι εα ι ι ευκι ααοαεγ ι ι αταηι ι ι αοεγ, δακεε+ι α δαεεεκαεεε ι ι αοο αι ηηι ι ευ-  
κι ααοηυ οαει ε αι κι ι αει η ηουβ. Ι αι δει αδ, Ι αει αι αι α οηι δααααι εα δαηηι αδεαααο εηι ι ευκι αιι εα DSS αεγ γεαε-  
οδιηι ι ε ι αει ηηα. ×οι αηεε γοα ι δααι εκαοεγ ι ι οδααοαο, +οι αυ αηα ι αει ηηι εαοαευυεεε ηοδαι υ εηι ι ευκι ααεε ι α-  
υεα p ε q? Ι αυεε ι ι αοεη ηεεοει ι εααει ηοαι ι αεοηυ ι εοαι υβ αεγ εδει οηι αι εεεκα. Ι ι εα ηεεοει ι δαι ι ι αηεα-  
ααου δακεε+ι α δαεεεκαεεε DSS, ι ι ι δε-ει υ αεγ ααηι ι ει εηοαα αηου.

## Í řāñ ċí àòàēüí úé èáí àē á DSA

Άόñ Ñēì ì ìí ñ (Gus Simmons) ì òēðúē á DSA ì ìāñ ċí àòàēüí úé èáí àē [1468, 1469] (ñì . ðàçāē 23.3). Ýòì ò ì ìāñ ċí àòàēüí úé èáí àē ì ìçāí ēýàò āñòðàēāàòü á ì ìāí ēñü òàēí í á ñí ì á úáí èá, ēí òí ðí á ì ìæàò á úòü ì ðí -èòáí ì òí ēüēí òáì , ó ēí āí āñü ēēĵ+. Ñíāēāñí ì Ñēì ì ìí ñó, ýòì "çāì á-àòàēüí í á ñí āí áááí èá", -òí "āñā ì -āāēáí úá í ááí ñòàòēē ì ìāñ ċí àòàēüí úò èáí àēí á, ēñí ì ēüçóĵúēò ñòáí ó ElGamal, ì ìāóò á úòü òñòðáí áí ú" á DSS, è -òí DSS "í á ñāāí áí ý ì āāñí á-ēāāò ì àēáí èāá ì ìāóí äýúóĵ ñðāáó äēý ì ìāñ ċí àòàēüí úò ēí ì ì óí ēēāòēē". NIST è NSA í á ēí ì ì áí òēðí-āāēē ýòì ò ì ìāñ ċí àòàēüí úé èáí àē, ì èēòí āāæá í á çí āàò, āí āāáúāāēēñü èē ì í è ì òàēí é áí çí ì æí ì ñòē. Óāē èāē ýòì ò ì ìāñ ċí àòàēüí úé èáí àē ì ìçāí ēýàò ì ðē ì ááí áðí ñí āāñóí í é ðāāēēçāòēē DSS ì áðāāāāòü ñ èāæáí é ì ìāí ēñüĵ -āñü çāēðúòí āí ēēĵ+. Í ēēí āāá í á ì ìēüçóéòāñü ðāāēēçāòēéáē DSS, āñēē áú í á āí āáðýāòá ðàçðāáí ò-ēēò ðāāēēçāòēē.

## Í àòáí òú

Áýāēā Êðāāēò (David Kravitz), ðáí áá ðāáí òāāçòēē á NSA, āēāāāò ì àòáí òí ì DSA [897]. Ñíāēāñí ì NIST [538]:

NIST á ēí ðāðāñò ì áúāñòāā ñòðáí èòñý ñāāēāòü òáóí ì ēí āēĵ DSS āí ñóóí ì í é āāñí ēāóí ì ì āñáí ó ì èðó. Í ú ñ-ēòāáí , -òí ýòā òáóí ì ēí āēý ì ì æàò á úòü çāí àòáí òí āáí á, è -òí ì èēāēēá áðóāēá ì àòáí òú í á ì ðēí áí ēí ú é DSS, ì ì ì ú í á ì ì æāí āàòü òāāðáúò āā-ðáí òēē ýòí āí āí ì ì ēó-áí ēý ì àòáí òá.

Í āñí ì òðý í á ýòí, òðē āēāāēüòá ì àòáí òí á òáāðæāāĵò, -òí DSA ì áðóçāàò èò ì àòáí òú: Diffie-Hellman (ñì . ðàçāē 2.2.1) [718], Merkle-Hellman (ñì . ðàçāē 19.2.) [720] è Schnorr (ñì . ðàçāē 21.3) [1398]. Í àòáí ò Schnorr ýāēýāòñý ēñóí -í ēēí ì ì àēáí ēüçòēò ñēí æí ì ñòáē. Ñðí è āāēñòāēý āáóò áðóāēò ì àòáí òí á ēñòāēāò 1997 āí áó, á ì àòáí ò Schnorr āāēñòāēòāēáí āí 2008 āí āā. Áēāí ðēòí Schnorr áúē ðàçðāáí òáí í á í á ì ðāāēòāēüñòááí í úā ááí úāē. Á ì èē-ēá ì ò ì àòáí òí á PKP ó ì ðāāēòāēüñòāā ÑÇÅ í á ò ì ðāá í á ì àòáí ò Schnorr, è ÇÍ ì ðð çāí àòáí òí āāē ñāí é āēāí ðēòí ì ì āñáí ó ì èðó. Áāæá āñēē ñóáú ÑÇÅ áúí āñóò ðáçáí èá á ì ì ēüçó DSA, ì ýñí ì , èāēí á ðáçáí èá ì ðēí òò ñóáú á áðó-āēò ñòðáí áò. Ñí ì æàò èē ì ææáóí áðí āí äý ēí ðí ì ðáòēý ì ðēí ýòü ñòáí āàðò, ēí òí ðúē çāēí í áí á ì āí èò ñòðáí áò è ì á-ðóçāàò ì àòáí òí í á çāēí í ì āāòāēüñòáí á áðóāēò? Í çāí í áðáí ý, -òí áú ðáçòēòü ýóò ì ðí áēáí ó, è ì ì í áí òó ì áí ēñáí ēý ýòí é ēí èāē ýòì ò áí ì ðí ñ í á ðáçáí āāæá á Ñí āāēí áí í úò Çòāòá.

Á ēĵí á 1993 āí āā NIST ì ðāāēí æēē áúāāòü PKP ēñēēĵ-èòāēüí óĵ ì àòáí òí óĵ èēòáí çēĵ í á DSA [541]. Ñí-āēāòáí èá ì ðí āāēēēí ñü ì ì ñēá ì ðí òāñóí á ì áúāñòááí í ì ñòē è ñòáí āàðò áúçāē á ñāàò ááç āñýēēò ñí āēāçáí éē. NIST çāýāēē [542]:

- . . NIST ðāññí ì òðāē çāýāēáí ēý ì áí çí ì æí ì ì ì áðóçáí èē ì àòáí òí á è ñāāēāē áúāí á, -òí ýòē çāýāēáí ēý ì āñí ðāāāāēēáú.

Êòāē ñòáí āàðò ì òēòēāēüí ì ì ðēí ýò, á āí çāóóá ì áðí áò ñóáááí úí è ì ðí òāññáí è, è ì èēòí í á çí āàò, -òí āāēāòü. NIST çāýāēē, -òí ì ì ì ì ì æàò çáúēòēòüñý ēĵāýì , ì áāēí áí í úí á ì áðóçáí èē ì àòáí òí í áí çāēí í ì āāòāēüñòáā ì ðē ēñí ì ēüçí ááí èē DSA á ðāáí òá ì ì ì ðāāēòāēüñòááí í ì ì ó ēí ì òðāēòó. Í ñòāēüí úá, ì ì áēāēí ì ì ó, áí èæí ú çāáí òēòüñý ì ñāáá ñáí è. Í ðí áēò ááí ēí āñēí āí ñòáí āàðòá, ēñí ì ēüçóĵúāāí DSA, áúāāēí óò ANSI [60]. NIST ðāáí òáòó ì áā āāāāá-í èáí ñòáí āàðòá DSA á ì ðāāēòāēüñòááí í ì ì áí ì áðáòá. Shell Oil ñāāēāēá DSA ñāí èì ì ææáóí áðí áí úí ñòáí āàðòí ì . Í áðóāēò ì ðāāēí æáí í úò ñòáí āàðòá DSA ì í á í áēçāñóí í.

## 20.2 Áāðēáí òú DSA

Ýòì ò áāðēáí ò āāēāàò ì ðí úá áú-ēñēáí ēý, ì áí áóí āēí úá äēý ì ì āí ēñē, ì á çāñòāāēýý áú-ēñēýòü  $k^{-1}$  [1135]. Áñā ēñí ì ēüçóáí úá ì áðáí áòðú - òāēēá æá, èāē á DSA. Áēý ì ì āí ēñē ñí ì áúáí ēý  $m$  Áēēñā ááí áðēðóáò āāā ñēó-áéí úò -ēñēá,  $k$  è  $d$ , ì áí úçèá  $q$ . Í ðí òāáòá ì ì āí ēñē áúāēýāēò òāē

$$r = (g^k \text{ mod } p) \text{ mod } q$$

$$s = (H(m) + xr) * d \text{ mod } q$$

$$t = kd \text{ mod } q$$

$$\text{Áí á ì ðí ááðýáò ì ì āí ēñü, áú-ēñēýý}$$

$$w = t/s \text{ mod } q$$

$$u_1 = (H(m) * w) \text{ mod } q$$

$$u_2 = (rw) \text{ mod } q$$

$$\text{Áñēē } r = ((g^{u_1} * y^{u_2}) \text{ mod } p) \text{ mod } q, \text{ òí ì ì āí ēñü ì ðāāēēüí á.}$$

Ñēāáóĵúēē áāðēáí ò óí ðí úāàò áú-ēñēáí ēý ì ðē ì ðí áāðēá ì ì āí ēñē [1040, 1629]. Áñā ēñí ì ēüçóáí úá ì áðáí áò-ðú - òāēēá æá, èāē á DSA. Áēý ì ì āí ēñē ñí ì áúáí ēý  $m$  Áēēñā ááí áðēðóáò ñēó-áéí í á -ēñēí  $k$ , ì áí úçèá  $q$ . Í ðí òāáò-ðá ì ì āí ēñē áúāēýāēò òāē

$$r = (g^k \text{ mod } p) \text{ mod } q$$

$$s = k (H(m) + xr)^{-1} \text{ mod } q$$

Áí á ì ðí ááðÿáò ì ì áí èñü, áü-èñèÿÿ

$$u_1 = (H(m) * s) \text{ mod } q$$

$$u_2 = (sr) \text{ mod } q$$

Áñèè  $r = ((g^{u_1} * y^{u_2}) \text{ mod } p) \text{ mod } q$ , òí ì ì áí èñü ì ðáàèèüí à.

Áüá ì áèí ááðèáí ò DSA ðáçðáωááò ì áèáðí óþ ì ðí ááðèó, Áí á ì ì áèáð ì ðí ááðÿóü ì ì áí èñè ì áèáðáì è [1135]. Áñèè áñá ì ì áí èñè ì ðáàèèüí ü, òí ðááí ðá Áí áá çáèí ì -áí á. Áñèè ì áí á èç í èó ì áí ðáàèèüí à, òí áí ó áüá í óáíí ì ì ì ÿóü, èáèáÿ. È ì áñ-áñóüþ, ÿóí ì áááçí ì áñí ì. Èéáí ì ì áí èñüááþçüèé, èéáí ì ðí ááðÿþçüèé ì ì áèáð èááèí ñí çááòü ì ááí ð óáèüøéáúò ì ì áí èñáé, èí òí ðüé óáí áèáðáí ðÿáð èðèóáðèþ ì ðí ááðèé ì áèáðá ì ì áí èñáé [974].

Ñóüáñóáóáð òáèæá ááðèáí ò ááí áðáòèé ì ðí ñóüò -èñáé áèÿ DSA, èí òí ðüé áèèþ-ááð  $q$  è èñí ì èüçóáí üá áèÿ áá- ì áðáòèé ì ðí ñóüò -èñáé ì áðáí áððü áí óððü  $p$ . Áèÿáð èé ÿòá ñóáí à ì á ááçí ì áñí ì ñóü DSA, áñá áüá ì áèçááñóí ì.

- (1) Áüááðáì ì ðí èçáí èüí óþ ì ì ñéááí ááðáèüí ì ñóü, ì ì èðáéí áé ì áðá, 160 áèðí á è ì áçí ááí áá  $S$ . Í óñóü  $g$  - ÿóí áèèí à  $S$  á áèóáð.
- (2) Áü-èñèèè  $U = \text{SHA}(S) \oplus \text{SHA}((S + 1) \text{ mod } 2^8)$ , ááá SHA ì ì èñáí á ðáçááéá 18.7.
- (3) Í áðáçóáí  $q$ , óñóáí ì áèá ì áèáí èüøéé è ì áèí áí üøéé çí á-áüèá áèðü  $U$  á 1.
- (4) Í ðí ááðèì, ÿáèÿáðñÿ èé  $q$  ì ðí ñóüì.
- (5) Í óñóü  $p$  - ÿóí ì áúááèí áí èá  $q$ ,  $S$ ,  $C$  è SHA( $S$ ).  $C$  ì ðááñóááèÿáð ñí áí é 32 í óéááúò áèðá.
- (6)  $p = p - (p \text{ mod } q) + 1$ .
- (7)  $p = p + q$ .
- (8) Áñèè  $C$  á  $p$  ðááí ì 0x7fffffff, ááðí áí ñÿ ì á ÿòáí (1).
- (9) Í ðí ááðèì, ÿáèÿáðñÿ èé  $p$  ì ðí ñóüì.
- (10) Áñèè  $p$  - ñí ñóááí ì á, ááðí áí ñÿ ì á ÿòáí (7).

Í ðáèí óüáñóáí ì ÿóí áí ááðèáí ðá ÿáèÿáðñÿ óí, -òí ááí ì á í óáíí òðáí èòü çí á-áí èÿ  $C$  è  $S$ , èñí ì èüçí ááí í üá áèÿ ááí áðáòèé  $p$  è  $q$ . Í ì é áèèþ-áí ü á ñí ñóáá  $p$ . Áèÿ ì ðèèí áéí èé, ðááí ðáþçüèé á óñèí áèÿó ì áðááòèé ì áí ÿòé, ì áí ðè- ì áð, áèÿ èí ðáèèáèðóáèüí üò èáðóí -áé, ÿóí ì ì áèáð áüòü ááæí ì.

### 20.3 Áèáí ðèòí òèóðí áí é ì ì áí èñè ÁÍ ÑÒ

ÿóí ðóññèéè ñóáí ááðð òèóðí áí é ì ì áí èñè, Í ðèóèáèüí ì ì áçüáááí üé ÁÍ ÑÒ Ð 34.10-94 [656]. Áèáí ðèòí ì -áí ü ì ì ðí æ ì á DSA, è èñí ì èüçóáð ñéááóþçüèá ì áðáí áððü

$$p = \text{ì ðí ñóí á -èñèí, áèèí à èí òí ðí áí èéáí ì áæáó 509 è 512 áèðáì è, èéáí ì áæáó 1020 è 1024 áèðáì è.}$$

$$q = \text{ì ðí ñóí á -èñèí - ì ì í æèðáèü } p-1, \text{ áèèí í é ì ð 254 áí 256 áèðí á.}$$

$$a = \text{èþáí á -èñèí, ì áí üøáá } p-1, \text{ áèÿ èí òí ðí áí } a^q \text{ mod } p = 1.$$

$$x = \text{-èñèí, ì áí üøáá } q.$$

$$y = a^x \text{ mod } p.$$

ÿóí ð áèáí ðèòí òáèæá èñí ì èüçóáð ì áí ì í áí ðááèáí í óþ óÿø-óóí èòèþ:  $H(x)$ . Ñóáí ááðð ì ì ðáááèÿáð èñí ì èüçí áá- ì èá óÿø-óóí èòèé ÁÍ ÑÒ Ð 34.1 1-94 (ñí . ðáçááé 18.1 1), ì ñí ì ááí í í é ì á ñèí ì áððè-í ì ì áèáí ðèòí á ÁÍ ÑÒ (ñí . ðáçááé 14.1) [657].

Í áðáüá ððè ì áðáí áððá,  $p$ ,  $q$  è  $a$ , ì ðèðüòü è ì ì áóð èñí ì èüçí ááðóñÿ ñí áí áñóí ì ì èüçí ááðáèÿí è ñáðè. Çáèðüòü ì èèþ-í ì ñèóáèò  $x$ , à ì ðèðüòü ì -  $y$ .  $\times$  òí áü ì ì áí èñáòü ñí ì áüáí èá  $m$

$$(1) \text{ Áèèñá ááí áðèðóáð ñèó-áéí ì á -èñèí } k, \text{ ì áí üøáá } q$$

$$(2) \text{ Áèèñá ááí áðèðóáð } I = (a^* \text{ mod } p) \text{ mod } q \text{ s} = (ct + k(H(m))) \text{ mod } q$$

$$r = (a^k \text{ mod } p) \text{ mod } q$$

$$s = (xr + k(H(m))) \text{ mod } q$$

Áñèè  $H(m) \text{ mod } q = 0$ , òí çí á-áí èá óÿø-óóí èòèé óñóáí ááèèááðóñÿ ðááí üì 1. Áñèè  $r = 0$ , òí áüááðèòá áððáí á çí á-áí èá  $k$  è ì á-í èòá ñí ì áá. Í ì áí èñüþ ñèóáèò ááá -èñèá:  $r \text{ mod } 2^{256}$  è  $s \text{ mod } 2^{256}$ , Áèèñá ì ì ñüèááð èò Áí áó.

$$(3) \text{ Áí á ì ðí ááðÿáò ì ì áí èñü, áü-èñèÿÿ}$$

$$v = H(m)^{q-2} \text{ mod } q$$

$$z_1 = (sv) \bmod q$$

$$z_2 = ((q-r)*v) \bmod q$$

$$u = ((a^{z_1} * y^{z_2}) \bmod p) \bmod q$$

Άνεε  $u = r$ , οί ιί αι ενυ ι δααεεύι ά.

Δαρεεεεα ι αεαό γοίε ηοαι ίε ε DSA ά οίι , οί ά DSA  $s = (k^1 (H(m) + xr)) \bmod q$ , οί άαο άδοαι ά οδαί ά- ίεα ι δι άαδεε. Ερβαι ι οοίι, ίαι αεί, οί αεία  $q$  δααι ά 256 αεοαι . Αί ευοεί ηοάο ραι άαι οο εδει οί άδοί ά εαεαοήνυ αι ηοαοί οί οί  $q$  ι δει άδι ι 160 αεοί ά αεεί ίε. Ι ίαο άουοι γοί ι δι ηοί ηεαηοαεα δοηηεί ε ι δεαυεε εαδαοι ά ηααδοααρι ι ανι ι ηοι.

Νοαι άαδο ενι ι ευοαοήνυ η ι ά-αεα 1995 αι άα ε ι ά ραεδουο αδεοίι "Άεγ ηεοααί ίαι ι ι ευοί άαι εγ", οί άυ γοί ί ά ραεεί.

## 20.4 Νοαι ο οεοδι αι ε ι ι αι ενε η ενι ι ευοί άαι εαι αεηεδαοί οο εί άαδεοι ί ά

Νοαι ο ι ι αι ενε ElGamal, Schnorr (ηι . δαραε 21.3) ε DSA ι-αι ο ι ι οί αε. Ι ι ηοοε, ανι ι ίε γαεγροήνυ οδαί γ ι δει άδαι ε ι άυαε ηοαι ο οεοδι αι ε ι ι αι ενε, ενι ι ευοορραε ι δι αεαι ο αεηεδαοί οο εί άαδεοι ί ά. Αι ανοα η ουηγ- -αι ε αδοαεο ηοαι ι ι αι εναε ι ίε γαεγροήνυ -ανουρ ι αι ίαι ε οί αι αε ηαι αεηοαα [740, 741, 699, 1184].

Άυααδαι  $p$ , αι ευοί α ι δι ηοί α -εηεί, ε  $q$ , δααι ί α εεαι  $p-1$ , εεαι αι ευοίι ο ι δι ηοίι ο ι ι ί αεοαερ  $p-1$ . Ραοαι άυααδαι  $g$ , εηεί ι αεαό 1 ε  $p$ , αεγ ει οί δι αι  $g^q \equiv 1 \pmod{p}$ . Άνα γοε εηεα ι δεδουο, ε ι ί αοό άουοι ηι αι ανοίι εν- ι ι ευοί άαι ο αδοί ι ίε ι ι ευοί άαοαεαε. Ραεδουοι εερ-ιι γαεγροήνυ  $x$ , ι αι υοαα  $q$ . Ι δεδουοι εερ-ιι ηεοαεο  $y = g^x \bmod p$ .

οί άυ ι ι αι εηαοι ηι ι άυαί εα  $m$ , ηι ά-αεα άυααδαι ηεο-αεί ί α ρι ά-αι εα  $k$ , ι αι υοαα  $q$  ε αραει ι ι ι δι ηοί α η ι ει . Άνεε  $q$  οί αε ι δι ηοί α -εηεί, οί αοαο δααι οαοι ερβαι ά  $k$ , ι αι υοαα  $q$ . Ηι ά-αεα άυ-εηεεί

$$r = g^k \bmod p$$

Ι αι άυαί ί ί ά **οδαί αι εα ι ι αι ενε** ι δει αο αεα

$$ak = b + cx \bmod q$$

Εί γοε οεοεαι ου  $a, b$  ε  $c$  ι ί αοό ι δει ει αοι δαρεεε-ι υα ρι ά-αι εγ. Εαεαγ ηοδι εα 16th ι δααι ηοααεγαο οαηοι αι ρ- ι ι αει ηοαε. Ι δι άαδυ ι ι αι ενυ, ι ι εο-αοαευ αι εααι οααεουήνυ, οί

$$r^a = g^b y^c \bmod p$$

Υοί οδαί αι εα ι αραααοήνυ **οδαί αι εαι ι δι άαδεε**.

### Οαε. 20-4.

Άι ρι ι αει υα ι άαηοαι ί αεε  $a, b$  ε  $c$   
( $r' = r \bmod q$ )

$\pm r'$	$\pm s$	$m$
$\pm r' m$	$\pm s$	1
$\pm r' m$	$\pm ms$	1
$\pm m r'$	$\pm r' s$	1
$\pm ms$	$\pm r' s$	1

Ά 15th ι άδ-εηεαι ο αι ρι ι αει υα άαδεαι ου ι ι αι ενε ε ι δι άαδεε, ι ι εο-αι ί υα οι ευοί ε ρ ι άδαι ε ηοδι εε αι ρ- ι ι αει οο ρι ά-αι εε  $a, b$  ε  $c$  άα ρ-αοα γοοαεοί ά ε.

### Οαε. 20-5.

Νοαι ο οεοδι αι ε ι ι αι ενε η ενι ι ευοί άαι εαι  
αεηεδαοί οο εί άαδεοι ί ά

Οδαί αι εα ι ι αι ενε	Οδαί αι εα ι δι άαδεε
(1) $r'k = s + mx \bmod q$	$r' = g^s y^m \bmod p$
(2) $r'k = m + sx \bmod q$	$r' = g^m y^s \bmod p$
(3) $sk = r' + mx \bmod q$	$r^s = g^{r'} y^m \bmod p$



$$(4) sk = m + r'x \pmod q \quad r^s = g^m y^{r'} \pmod p$$

$$(5) mk = s + r'x \pmod q \quad r^m = g^s y^{r'} \pmod p$$

$$(6) mk = r' + sx \pmod q \quad r^m = g^{r'} y^s \pmod p$$

---

Ýoı̄ ϕ̄ãñoü ðãçèè÷í üõ ñõàì òèõðíãüõ ìíãì èñãé. Áíãããéáí èà ì èí õñã óããèè÷èãããò èõ èí èè÷ãñòãì ãì 24. Í ðè èñì ì èüçíããì èè ãñãõ ãì çì ì æí üõ çì à÷ãí èÿ  $a, b$  è  $c$  ÷èñèí ñõàì ãì õí àèõ 120.

EIGamal [518, 519] è DSA [1154] ìí ñõüãñòãõ ìñì ìããì ü ì à òðããì áí èè (4). Áðóãèà ñõàì ü - ì à òðããì áí èè (2) [24, 1629]. Schnorr [1396, 1397], èàè è äðóããÿ ñõàì à [1183], òãñì ì ñãÿçãì ñ òðããì áí èàì (5). Á òðããì áí èà (1) ì ì æ- ì ì èçì áí èòü òãè, ÷õíãü ì ì èõ÷èõü ñõàì ó, ì ðããèí æãí í óþ ã [1630]. Í ñòããøèãñÿ òðããì áí èÿ - ì ì áüã.

Äãèãã. Èþãóþ èç ÿòèõ ñõàì ì ì æí ì ñããèãòü áí èãã DSA-ì ì ãì áí ì é, ì ì ðãããèèãã  $r$  èàè

$$r = (g^k \pmod p) \pmod q$$

Èñì ì èüçóèòã õí æã òðããì áí èà ì ì ãì èñè è ñããèãèòã òðããì áí èàì ì ðí ããðèè

$$u_1 = a^{-1}b \pmod q$$

$$u_2 = a^{-1}c \pmod q$$

$$v = ((g^{u_1} * y^{u_2}) \pmod p) \pmod q$$

$$(r \pmod q)^v = g^b y^c \pmod p$$

Ñõüãñòãõþò è ããã äðóãèà ãì çì ì æí ì ñòè ì ì ãì áí üõ ì ðãí ãðãçíããì èé [740, 741]. Óãèèã ì ì ãðãòèè ì ì æí ì ì ðí ãã- èãòü ñ èãããí è èç 120 ñõàì , ãì ãããÿ ì áüãã ÷èñèí ñõàì òèõðíãí è ì ì ãì èñè, èñì ì èüçóþüèõ ãèñèðãóì üã èí ããðèòì ü, ãì 480.

Í ì è ÿoı̄ áüã ì á ãñã. Áí ì ì èí èòãèüí üã ì áí áüãí èÿ è èçì áí áí èÿ ì ðèãí ãÿò ãí èãã, ÷ãì è 13000 ããðèãí òãì (ì á ãñã èç ì èõ ãí ñòãòì ÷ ì ì ÿõããèòèãí ü) [740, 741].

Í ãí è èç ì ðèÿoı̄ üõ ñòíðíí èñì ì èüçíããì èÿ RSA äèÿ òèõðíãí è ì ì ãì èñè ÿãèÿãòñÿ ñãí èñòãí, ì áçüãããì ì á **ãíñ- ñòãí ì æãí èãì ñííãüãí èÿ**. Èí ããã áü ì ðí ããðÿãòã ì ì ãì èñü RSA, áü áü÷èñèÿãòã  $m$ . Çãòãì áü÷èñèãí ì ì á  $m$  ñòããí è- ãããòñÿ ñ ñííãüãí èàì è ì ðí ããðÿãòñÿ, ì ðããèèüí à èè ì ì ãì èñü ñííãüãí èÿ. Á ì ðããüãòüèõ ñõàì ãò ãí ñòããí ì æòü  $m$  ì ðè áü÷èñèãí èè ì ì ãì èñè ì áãí çì ì æí ì, ããì ì ì ððããóãòñÿ ããðí ÿoı̄ ì á  $m$ , èí òí ðí à è èñì ì èüçóãòñÿ á òðããì áí èè ì ðí- ããðèè. Í ì, ì èãçüãããòñÿ, ì ì æí ì ì ñòðí èòü ããðèãí ò ñ ãí ñòããí ì æãí èãì ñííãüãí èÿ äèÿ ãñãò áü÷ãí ðèããããí ì üõ ñõàì . Äèÿ ì ì ãì èñè ñí à÷èãã áü÷èñèè

$$r = mg^k \pmod p$$

è çãì áí èì  $m$  ããèí èòãé á òðããì áí èè ì ì ãì èñè. Çãòãì ì ì æí ì ãí ñòããí ì æò òðããì áí èà ì ðí ããðèè òãè, ÷õíãü  $m$  ì ì ãèí áüõü áü÷èñèãí ì ì ãì ñòããñòããí ì ì. Óí æã ñãì ì á ì ì æí ì ì ðããí ðèí ÿoı̄ äèÿ DSA-ì ì ãì áí üõ ñõàì :

$$r = (mg^k \pmod p) \pmod q$$

Áãçí ì ãñì ì ñoü ãñãò ããðèãí òí à ì æí ì æí ãã, ì ì ÿoı̄ ì ó èì ããò ñì üñè áüãèðãòü ñõàì ó ì ì ñèí æí ì ñòè áü÷èñèãí èÿ. Áí èü÷èè ñòãí ñõàì çãì ããèÿãò ì áí ãòí ãèì ì ñoü áü÷èñèÿoı̄ ì ãðãòí üã çì à÷ãí èÿ. Èãè ì èãçüãããòñÿ, ì ì á èç ÿòèõ ñõàì ì ì çãí èÿãò áü÷èñèÿoı̄ è òðããì áí èà ì ì ãì èñè, è òðããì áí èà ì ðí ããðèè ããç èñì ì èüçíããì èÿ ì ãðãòí üõ çì à÷ãí èé, ì ðè ÿoı̄ ì áüã è ãí ñòããí ããèèããÿ ñííãüãí èã. Í ì ì ì áçüãããòñÿ ñõàì ì é **p-NEW** [1184].

$$r = mg^k \pmod p$$

$$s = k - r'x \pmod q$$

$$m \text{ ãí ñòããí ããèèãããòñÿ (è ì ðí ããðÿãòñÿ ì ì ãì èñü) ñ ì ì ì ì üþ áü÷èñèãí èÿ}$$

$$m = g^s y^{r'} \pmod p$$

Á ðÿãã ããðèãí òí à ì áí ì ãðãì áí ì ì ì ì ì ãñüãããòñÿ ì ì ããã-òðè ãèí èã ñííãüãí èÿ [740], äðóãèà ããðèãí òü ì ì æí ì èñì ì èüçíããòü äèÿ ñèãí üõ ì ì ãì èñãé [741].

Ýoı̄ çì à÷èòãèüí ãÿ ì æèãñoü äèÿ èçó÷ãí èÿ. Áñã ðãçèè÷íã ñõàì ü òèõðíãí è ì ì ãì èñè ñ èñì ì èüçíããì èãì ãèñ- èðãòí üõ èí ããðèòì ì á áüèè ì áüããèí ãí ü èí ãè÷èèè èãðèãñì. Èè÷í ÿ ñ÷èòãþ, ÷õí ÿoı̄ ì èí ì ããèüí ì ì èí èèò èí ì áò ñí ì ðãì ì æãò Schnorr [1398] è DSA [897]: DSA ì á ÿãèÿãòñÿ ì è ì ðí èçãí áí ì é Schnorr, ðããí èãè è EIGamal. Áñã òðè ãèãí ðèòì à ÿãèÿþòñÿ ÷ãñòí üì è ñèó÷ãÿì è ì ì èñãí ì ì é ì áüãè ñõàì ü, è ÿòã ì áüãÿ ñõàì à ì çãí ðòãí ðí- ããì à.

## 20.5 ONG-SCHNORR-SHAMIR

Ýòà ñòàì à ìíàì èñè èñìíëüçóàò ì ííàì-éáí ù ì í í áóèþ  $n$  [1219, 1220]. Áúáèðààòñý áíëüøíà óáèíà -èñèí (çí àòù ðàçèíæáí èà  $n$  í à ì í í æèðàèè í á í áýçàòàèüíí). Çàòàì áúáèðààòñý ñèó-áèííà -èñèí  $k$ , áçàèì í í ì ðí ñòíà ñ  $n$ , è áú-èñëýàòñý  $h$ , ðááí íà

$$h = -k^2 \pmod n = -(k^{-1})^2 \pmod n$$

Í òèðùòùì èèþ-íì ñèóæàò  $h \in n$ ; à çàèðùòùì -  $k$ .

×òí áú ì í áì èñàòù ñí í áúáí èà  $M$ , ñí à-àèà ááí àðèðóáòñý ñèó-áèííà -èñèí  $r$ , áçàèì í í ì ðí ñòíà ñ  $n$ . Çàòàì áú-èñëýàòñý:

$$S_1 = 1/2 (M/r + r) \pmod n$$

$$S_2 = 1/2 (M/r - r) \pmod n$$

Í àðà -èñàè  $S_1 \in S_2$  ì ðááñòààèýàò ñí áí è ì í áì èñù. Í ðí ááðýý ì í áì èñù, óááæààþòñý, -òí

$$S_1^2 + h^* S_2^2 \equiv M \pmod n$$

Í ì èñàí í úè çááñù áàðèáí ò ñòàì ù ì ñí í ááí í à èááàðàðè-í ùò ì í í áì -éáí àò. Í ðè ááí ì í óáèèèíááí èè á [1217] çà óñí áóí úè èðèí òí áí àèèç áúèí ì ðááèíæáí í áí çí áàðàæááí èà á \$100. Í áááçí ì áñí ì ñòù ñòàì ù áúèà áí èàçáí à [1255, 18], ì í ýòí í à ì ñòàì í áèèí áá ààòí ðí á. Í í è ì ðááèíæèèè ì í æèòèèàòèþ æáí ðèòí à, ì ñí í ááí í óþ í à èóáè-áñèèò ì í í áì -éáí àò, óàèæà í èàçààóóþñý í áááçí ì áñí í è [1255]. Ááòí ðù ì ðááèíæèèè áàðñèþ í à áàçà ì í í áì -éáí í à -àò-áàðòí è ñòàí áí è, ì í áúèà áçèí ì áí à è í í à [524, 1255]. Áàðèáí ò, ðàòàþùèè ýòè ì ðí áèáí ù, ì í èñàí á [1134].

## 20.6 ESIGN

ESIGN -ýòí ñòàì à òèòðíáí è ì í áì èñè, ðàçðááí òàí í áý NTT Japan [1205, 583]. Óòááðæáèíñù, -òí ì í à í à ì áí áá ááçí ì áñí à, -áí RSA èèè DSA, è í à ì í áì áúñòðáá ì ðè òáò æá ðàçí áðàò èèþ-à è ì í áì èñè. Çàèðùòùì èèþ-íì ñèóæàò ì àðà áí èüèòèò ì ðí ñòùò -èñàè  $p$  è  $q$ . Í òèðùòùì èèþ-íì ýáèýàòñý  $n$ , áèý èí òí ðí áí

$$n = p^2 * q$$

$H$ - ýòí òýø-óóí èòèý, ì ðèí áí ýàí áý è ñí í áúáí èþ  $m$ , ì ðè-áí çí à-áí èà  $H(m)$  í àðí àèòñý á ì ðáááèòò ì ò 0 áí  $n-1$ . Èñí ì èüçóáòñý óàèæà ì àðàì àòð ááçí ì áñí ì ñòè  $k$ , èí òí ðùè áóáàò áèðàòòà ðáñí ì ððáí.

(1) Àèèñà áúáèðààò ñèó-áèííà -èñèí  $x$ , ì áí ùòáá  $pq$ .

(2) Àèèñà áú-èñëýàò:

$w$ , í àèì áí ùòáá óáèíà, èí òí ðí á áí èüèòà èèè ðááí í

$$(H(m) - x^k \pmod n)/pq$$

$$s = x + ((w/kx^{k-1} \pmod p) pq$$

(3) Àèèñà ì í ñùèààò  $s$  Áí áó.

(4) Áèý ì ðí ááðèè ì í áì èñè Áí á áú-èñëýàò  $s^k \pmod n$ . Èðí ì á ýòí áí, ì í áú-èñëýàò  $a$ , í àèì áí ùòáá óáèíà, èí òí ðí á áí èüèòà èèè ðááí í óááí áí í ì ó -èñèò àèòíà  $n$ , ááèáí ì í ó í à 3. Áñèè  $H(m)$  ì áí ùòà èèè ðááí á  $s^k \pmod n$ , è áñ-èè  $s^k \pmod n$  ì áí ùòà  $H(m)+2^q$ , òí ì í áì èñù ñ-èòáòñý ì ðááèèüí í è.

Áúí í èí èà ðýà ì ðáááàðèòàèüí ùò áú-èñèáí èé, ýòí ò àèáí ðèòí ì í æíí òñèí ðèòù. Ýòè áú-èñèáí èý ì í áóò áúòù áúí í èí áí ù à ì ðí èçáí èüí úè ì í ì áí ò áðàí áí è è í èèèè í à ñáýçáí ù ñ ì í áì èñù áááì ùì ñí í áúáí èáí. Áúáðàá  $x$ , Àèèñà ì í æàò ðàçáèòù ýòàí (2) í à ááá ì í áýòàí à. Ñí à-àèà.

(2a) Àèèñà áú-èñëýàò:

$$u = x^k \pmod n$$

$$v = 1/(kx^{k-1}) \pmod p$$

(2b) Àèèñà áú-èñëýàò:

$w$ = í àèì áí ùòáá óáèíà, èí òí ðí á áí èüèòà èèè ðááí í

$$(H(m) - u)/pq$$

$$s = x + ((wv \pmod p) pq$$

Áèý í áú-í ì èñí ì èüçóáí ùò ðàçí àðí à -èñàè ì ðáááàðèòàèüí ùà áú-èñèáí èý óñèí ðýþò ì ðí óáñí ì í áì èñè í à ì í-ðýáí è. Í ì -òè áñý òðóáí áý ðááí ðà áúí í èí ýàòñý èì áí í í à ñòáàèè ì ðáááàðèòàèüí ùò áú-èñèáí èé. Í áñóæááí èà áàèñòàèè ì í áóèüí í è àðèòí àòèèè, áúí í èí ýàí ùò ì ðè óñèí ðáí èè ESIGN, ì í æíí í áèòè à [1625, 1624]. Ýòí ò àèáí-

ðeði i iæi ðañðeðeðu äy ðaái ðu ñ yëëi ðe-añëi è èðeàùì è [1206].

### Áaçi i añi i ñòu ESIGN

Èiããã yóio aëái ðeði áúe aiaðaúa i ðaäeíæái, k áúeí áúáðái ðaái ùi 2 [1215]. Òaëäy ñòai à áúñòðí áúeà açeíi áí à Ýðíe Áðeëäeëi (Ernie Brickell) è Áæiíi ÁáÈáðái ðeñi [261], eíoi ðúa ðañi ði ñòðái eëe ñáíá añeðúðeà è íá ñeó-æ k = 3. Í i äeðeðeðí áai í äy áaðñey yóí ai aëái ðeði à [1203] áúeà açeíi áí à Øàì eðíi [1204]. Áaðeái ð, i ðaäeíæái í úe à [1204], áúe açeíi áí à [1553]. ESIGN - yóí ñaái áí yøí yý ðaeí eàðí aöey aëái ðeði í á eç yóí ai ñai aëñòá. Í i i úeà añeðúðu ESIGN [963] i eaçæañu áaçðaçöëüðòí í e.

Á í añoi yúaa àðai y aáoí ðu ðaeíi áí aóðò eñi i eüçí áaòü ñeááóðúeà çí à-ái ey k: 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512 è 1024. Í í è ðaëæá ðaeíi áí aóðò, -òí áú p è q áúeè í á i áí úøá 192 aèòí á eàæáí á, í áðaçöy n í á i áí áá, -ái 576 aè-òí á á aëeí ó. (B aóí að, -òí n áí eæí i áúòu áúá á ááà ðaçá áí eüøá.) Áaðí ðu ñ-eòáðò, -òí ñ ðaëeí è çí à-ái eyì è i áðai aòðí á, áaçi i añi i ñòu ESIGN ðaái à áaçi i añi i ñòe RSA eëe Rabin. È áúí i eí áí í úe èì è áí aëç i í eaçúááá, -òí ñeí ðí ñòu ESIGN í àí í í áí áúøá, -ái ó RSA, ElGamal è DSA [582].

### Í àðái ðu

ESIGN çai àðái ðí áai á Ñí áaëí áí í úø Øðàðò [1208], Èai ááá, Áí aëeè, Òðai ðeè, Áaðí áí eè è Èòäeëe. Èðái é, eòí ðí -áò i í eó-èòü eëòái çèð í á aëái ðeði , áí eæái í áðàðeòüñy á Í ðaäe eí ðaëeäeòáeüí í e ñí añòáí í i ñòe NTT (Intellectual Property Department, NTT, 1-6Uchisaiwai-cho, 1-chome, Chiyada-ku, 100 Japan).

### 20.7 Èeàðí ÷ í Úá ààòí i àòü

Ñí áaðóái í í i ááy eäáy, eçó-ái í áy Í áí óá Áóai í i (Papua Guam) [665], ñí ñoi èò á eñi i eüçí áai eè á eðeí ðí ñe-ñòai àò ñ i ðeðúòüì è eèð-ái è eëaòí -í úø aáoí i aóí á. Ýòá ñeñòai à añá áúá ñeèøeí i í í áá è í á i ðí øeà -aðaç òúá-òäeüí í á eçó-ái eà, í i ðaááðeòáeüí í á eññeáí áai eà i í eaçæeí, -òí ó í áá i í æáò áúòü ðaëí á æá eðeí ðí áðàðe-añeè ñeááí á i añoi, eae è ó áðòáeò ñeñòai [562]. Òai í á i áí áá, yóí i í í áí ááúáðúáy í áeáñòü eññeáí áai eé. Ñáí eñò-áí eëaòí -í úø aáoí i aóí á yäyáòñy ðí, -òí ááæá añeè í í è eí áaðòeðóai ú, í áai çí í æí i áú-eñeèòü i ðaäeá i ðí eç-áí eüí í áí ñí ñoi yí ey, eí áaðòeðí ááá i ðaäeéí í aóí æaái ey i í ðí i eà. Ýoi áúäyæàò í -ái ú i í ðí æá í á í áí í áí ðaä-eái í óð öyø-òóí eòèð ñ eaçæeí é.

### 20.8 Áðóáeá aëái ðeði ú ñ i ðeðúòüì eèð-í i

Çá yòe áí áú áúeí i ðaäeíæái i è añeðúoi i í í æañòai áðóáeò aëái ðeði í á ñ i ðeðúòüì è eèð-ái è. Aëái ðeði Matsumoto-Imai [1021] áúe añeðúò á [450]. Aëái ðeði Cade áúe áí áðáúa i ðaäeíæái á 1985 áí áó, açeíi áí á 1986 [774], è çàðai áí ðaái ðai á ðí i æá áí áó [286]. Í i i eí i yòeò añeðúðeè, ñóúáñòáóðò í áúeà añeðúðey, ðañeëááú-ááðúeà i í í áí -eái ú í áá eí í á -í úì è i í eyì e [605]. È èðái ó aëái ðeði ó, áaçi i añi i ñòü eí ðí ðí áí i í ðaäeýáòñy eí i í çeòeáe i í í áí -eái í á í áá eí í á -í úì è i í eyì è, í óæí i í ðí ñeòüñy ñí ñeái ðeòeçí i i , añeè í á ñ i ðeðí áai í úì i í áí çðái eai .

Aëái ðeði Yagisawa í áúáaëí yáò áí çááááí eà á ñòai áí ú mod p ñ aðeòí aðeéí é mod p-1 [1623], í i áúe açeíi áí á [256]. Áðóái é aëái ðeði ñ i ðeðúòüì eèð-í i , Tsujii-Kurosawa-Itoh-Fujioka-Matsumoto [1548], ðaëæá í eaçæeñy í áaçi i añi úì [948]. Í áaçi i añi í e [717] áúeà è ððáòüñy ñeñòai á, Luccio-Mazzone [993]. Ñòai à i í áí eñe í á áaçá birational i áðañòái í áí e [1425] áúeà açeíi áí á í á ñeááóðúeè áai ú i í ñeá áá i ðaáñòáaëái ey [381]. Í añeí eüeí ñòai i í áí eñae i ðaäeíæeè Òáðóáeè Í eai í ðí (Tatsuaki Okamoto): áúeí áí eaçái í, -òí í áí á eç í eò ðaè æá áaçi i añi á, eae i ðí áeai à aèñeðái í áí eí áaðeòí à, à áðóááy - eae i ðí áeai à aèñeðái í áí eí áaðeòí à è i ðí áeai à ðaçeíæái ey í á i í æeòáeè [1206]. Áí æeí æe-í úá ñòai ú i ðaáñòáaëái ú á [709].

Áóñòááóñ Ñèi i í i ñ (Gustavus Simmons) i ðaäeíæeè eñi i eüçí áaòü à eà-áñòáá í ñí í áú aëái ðeði í á ñ i ðeðúòüì è eèð-ái è J-aëáááðò [1455, 145]. Í ð yóí e eáaè i ðeøeí ñú i ðeaçaðüñy i í ñeá eçí áðáðái ey yóçáeðeái úò i aóí áí á ðaçeíæái ey i í í áí -eái í á í á i í í æeòáeè [951]. Òaëæá áúeè eçó-ái ú è ñí aòeàeüí úá i í eóáðóí i ú i í í áí -eái í á [1619, 962], í i è yóí í e-ááí í á áaëí. Òaðaëüá Í eáaððáeòáð (Harald Niederreiter) i ðaäeíæeè aëái ðeði ñ i ðeðú-òüì eèð-í i í á áaçá i í ñeááí áaðaëüí i ñòáe ñáaëái áúò ðaáeñòðí á [1166]. Áðóái é aëái ðeði eñi i eüçí áaè ñeí áá Èeí áí í á (Lyndon) [1476], à ððáðeè - prepositional eñ-eñeái eà [817]. Áaçi i añi i ñòü í áí í áí eç í ááááí eò aëái ðeð-í í á ñ i ðeðúòüì è eèð-ái è í ñí í áúáaëañü í á i ðí áeai à matrix cover [82]. Òáðóáeè Í eai í ðí è Èaçóí Í ðá (Kazuo Ohta) i ðí áaèe ñðáái áí eä ðyáá ñòai øeòðí áí e í í áí eñe à [1212].

Í áðñí aèeäü ñí çáái ey ðaäeëaëüí i í í áúò è ðaçeè-í úø aëái ðeði í á ñ i ðeðúòüì è eèð-ái è í áyñí ú. Á 1988 áí áó Óeðeèeä Áeðeè í ðí aðeè, -òí áí eüøeí ñòai aëái ðeði í á ñ i ðeðúòüì è eèð-ái è í ñí í áái ú í á í áí í e eç ððáò ððóái úò i ðí áeai [492, 494]:

1. Ððeçæe: Áái í i í í æañòai óí eëaëüí úø -eñae, í áeðe i í áí i í æañòai, ñoi i à eí ðí ðí áí ðaái à N.
2. Aèñeðái úe eí áaðeòí : Áñeè p - i ðí ñoi á -eñeí, à g è M - ðaëúá, í áeðe x, äey eí ðí ðí áí áúí i eí yáòñy  $g^x \equiv M \pmod{p}$ .

3. Διατίθετε να δώσετε: Αν  $N$  - ιδιότητα είναι  $a \equiv b \pmod N$ , τότε  $a^d \equiv b^d \pmod N$ ,  $a^e \equiv b^e \pmod N$  και  $a \equiv b \pmod N$  αν και μόνο αν  $a \equiv b \pmod N$ .

(a)  $a \equiv b \pmod N$  αν και μόνο αν  $a^d \equiv b^d \pmod N$ ,

(b)  $a \equiv b \pmod N$  αν και μόνο αν  $a^e \equiv b^e \pmod N$ ,  $a \equiv b \pmod N$  αν και μόνο αν  $a \equiv b \pmod N$ ,

(c)  $a \equiv b \pmod N$  αν και μόνο αν  $a^e \equiv b^e \pmod N$ ,  $a \equiv b \pmod N$  αν και μόνο αν  $a \equiv b \pmod N$ ,

(d)  $a \equiv b \pmod N$  αν και μόνο αν  $a^e \equiv b^e \pmod N$ ,  $a \equiv b \pmod N$  αν και μόνο αν  $a \equiv b \pmod N$ .

Να δώσετε [492, 494], ιδιότητα είναι  $a \equiv b \pmod N$  αν και μόνο αν  $a \equiv b \pmod N$ . (J. Gill), ιδιότητα είναι  $a \equiv b \pmod N$  αν και μόνο αν  $a \equiv b \pmod N$ .

Υπό την προϋπόθεση ότι  $a \equiv b \pmod N$  αν και μόνο αν  $a \equiv b \pmod N$ . Η ιδιότητα είναι  $a \equiv b \pmod N$  αν και μόνο αν  $a \equiv b \pmod N$ . Η ιδιότητα είναι  $a \equiv b \pmod N$  αν και μόνο αν  $a \equiv b \pmod N$ .

1. Αν  $a \equiv b \pmod N$ , τότε  $a^d \equiv b^d \pmod N$  αν και μόνο αν  $a \equiv b \pmod N$ . Η ιδιότητα είναι  $a \equiv b \pmod N$  αν και μόνο αν  $a \equiv b \pmod N$ .

2. Η ιδιότητα είναι  $a \equiv b \pmod N$  αν και μόνο αν  $a \equiv b \pmod N$ . Η ιδιότητα είναι  $a \equiv b \pmod N$  αν και μόνο αν  $a \equiv b \pmod N$ .

Εάν  $a \equiv b \pmod N$ , τότε  $a^d \equiv b^d \pmod N$  αν και μόνο αν  $a \equiv b \pmod N$ . Η ιδιότητα είναι  $a \equiv b \pmod N$  αν και μόνο αν  $a \equiv b \pmod N$ .

1. Εάν  $a \equiv b \pmod N$ , τότε  $a^d \equiv b^d \pmod N$  αν και μόνο αν  $a \equiv b \pmod N$ . Η ιδιότητα είναι  $a \equiv b \pmod N$  αν και μόνο αν  $a \equiv b \pmod N$ .

2. Εάν  $a \equiv b \pmod N$ , τότε  $a^e \equiv b^e \pmod N$  αν και μόνο αν  $a \equiv b \pmod N$ . Η ιδιότητα είναι  $a \equiv b \pmod N$  αν και μόνο αν  $a \equiv b \pmod N$ .

3. Η ιδιότητα είναι  $a \equiv b \pmod N$  αν και μόνο αν  $a \equiv b \pmod N$ . Η ιδιότητα είναι  $a \equiv b \pmod N$  αν και μόνο αν  $a \equiv b \pmod N$ .